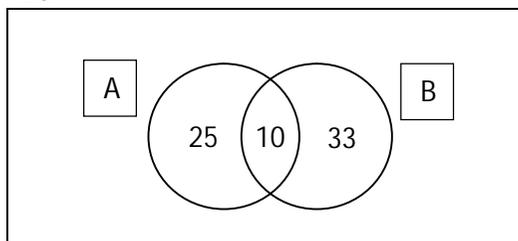


#### Conjuntos

Página 4

1.  $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
2.  $B = \{5, 10, 15, 20, 25\}$
3.  $C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$
4.  $D = \{7, 11, 13, 17\}$
5.  $E = \{1, 3, 9\}$
6.  $F = \{1, 8, 27, 64\}$
7.  $G = \{1, 2, 3, 5, 10, 15\}$
8.  $H = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ mayor que } -1 \text{ y menor o igual que } 5\}$
9.  $I = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es un número par mayor que } 5 \text{ y menor que } 15\}$
10.  $J = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ divisor de } 5\}$
11.  $K = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es un número no primo menor que } 22 \text{ o } x \text{ es un número primo menor que } 4\}$
12.  $L = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es un cuadrado perfecto menor que } 121\}$
13.  $M = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es potencia de } 3 \text{ menor que } 250 \text{ y mayor que } 1\}$
14.  $N = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es mayor que } -6 \text{ y menor que } 0\}$
15. Falso, porque  $-2$  no es un número natural.
16. Falso, porque 1 es divisor de 36.
17. Verdadero, porque 18 es divisor de 36 y múltiplo de 3 menor que 40.
18. Verdadero, porque 15 es múltiplo de 3 menor que 40.
19. Falso, porque el conjunto B no tiene los elementos 1, 2 y 4 que sí pertenecen a  $A \cup B$ .
20.  $J = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es potencia de } 2 \text{ menor que } 40 \text{ y mayor a } 1\}$ ;  $J = \{2, 4, 8, 16, 32\}$
21.  $K = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 4 \text{ menor que } 36\}$ ;  $K = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$
22.  $J \cup K = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 4 \text{ o potencia de } 2 \text{ menor que } 36 \text{ y mayor que } 1\}$ ;  
 $J \cup K = \{2, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32\}$
23.  $J \cap K = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es múltiplo de } 4 \text{ y potencia de } 2 \text{ menor que } 40\}$ ;  $J \cap K = \{4, 8, 16, 32\}$
24. Verdadero.
25. Falso.
26. Verdadero.
27. Verdadero.
- 28.



29. 33 personas

# Solucionario: Matemática 4° medio

## Desigualdades

Página 5

30.  $x \geq 4,0$
31.  $x \geq 18$
32.  $x < 7$
33.  $x \leq 120$
34.  $70 \leq x \leq 84$
35.  $x \leq 100$
36. Verdadera.
37. Falsa.
38. Verdadera.
39. Falsa.
40. Falsa.
41. Sí cumple la desigualdad triangular.
42. Sí cumple la desigualdad triangular.
43. Sí cumple la desigualdad triangular.
44. Sí cumple la desigualdad triangular.
45. No corresponde a los lados de un triángulo porque  $1 + 2 = 3$ .
46. Sí corresponde a los lados de un triángulo porque cumple con la desigualdad triangular.
47. No corresponde a los lados de un triángulo porque  $2/3 + 1/3 \leq 2$ .
48. Sí corresponde a los lados de un triángulo porque cumple con la desigualdad triangular.
49. Sí corresponde a los lados de un triángulo porque cumple con la desigualdad triangular.
50. No corresponde a los lados de un triángulo porque  $10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$  y  $1 + 5 < 8$ .
- 51.

$$\begin{array}{ll} x > y & y > z \\ x - y > 0 & y - z > 0 \\ (x - y) \in \mathbb{R}^+ & (y - z) \in \mathbb{R}^+ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} [(x - y) + (y - z)] \in \mathbb{R}^+ \\ (x - z) \in \mathbb{R}^+ \\ x - z > 0 \Rightarrow x > z \end{array}$$

52. Debido a que cualquier número real al cuadrado es siempre mayor o igual a cero, se tiene:

$$(a - b)^2 \geq 0$$

Desarrollo de cuadrado de binomio:

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

Propiedad 1 (+ 2ab):

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

Reemplazo  $a^2 + b^2 = 4$ :

$$4 \geq 2ab$$

Propiedad 4 (: 2):

$$2 \geq ab$$

Propiedad 4 ( $\cdot$  ab):

$$2ab \geq a^2b^2$$

Propiedad demostrada en ejercicio 51:

Si  $4 \geq 2ab$  y  $2ab \geq a^2b^2$ , entonces  $4 \geq a^2b^2$ .

## Solucionario: Matemática 4° medio

53. Debido a que cualquier número real al cuadrado es siempre mayor o igual a cero, se tiene:

$$(a - x)^2 \geq 0, \text{ entonces } a^2 - 2ax + x^2 \geq 0 \quad [1]$$

$$(b - y)^2 \geq 0, \text{ entonces } b^2 - 2by + y^2 \geq 0 \quad [2]$$

Propiedad 3 ([1] + [2]):

$$a^2 - 2ax + x^2 + b^2 - 2by + y^2 \geq 0$$

Propiedad asociativa:

$$(a^2 + b^2) + (x^2 + y^2) - 2ax - 2by \geq 0$$

$$\text{Reemplazos } a^2 + b^2 = x^2 + y^2 = 1$$

$$1 + 1 - 2ax - 2by \geq 0$$

Reducción de términos semejantes:

$$2 - 2ax - 2by \geq 0$$

Propiedad 4 (: 2):

$$1 - ax - by \geq 0$$

Propiedad 1 (+ ax + ay):

$$1 \geq ax + by$$

54.

$$a/b < c/d$$

Propiedad 4 ( $\cdot$  bd):

$$ad < cb$$

Propiedad 1 (+ ab):

$$ab + ad < ab + cb$$

Factorización:

$$a(b + d) < b(a + c)$$

Propiedad 4 ( $\cdot$   $1/(b(b + d))$ ):

$$a/b < (a + c)/(b + d)$$

Del mismo modo se obtiene la otra desigualdad:

$$a/b < c/d$$

Propiedad 4 ( $\cdot$  bd):

$$ad < cb$$

Propiedad 1 (+ cd):

$$ad + cd < cb + cd$$

Factorización:

$$d(a + c) < c(b + d)$$

Propiedad 4 ( $\cdot$   $1/(d(b + d))$ ):

$$(a + c)/(b + d) < c/d$$

Entonces, se tiene que:

$$a/b < (a + c)/(b + d) < c/d$$

55. Debido a que cualquier número real al cuadrado es siempre mayor que cero, se tiene:

$$(x - y)^2 \geq 0, (x - z)^2 \geq 0, (y - z)^2 \geq 0 \text{ al resolver cada cuadrado de binomio resulta:}$$

$$x^2 + y^2 - 2xy, x^2 + z^2 - 2xz, y^2 + z^2 - 2yz, \text{ al sumar estas desigualdades se tiene que:}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \geq 0 \quad (*)$$

Por hipótesis  $(x + y + z) = 6$ , elevando al cuadrado se deduce  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 36$ , al

reorganizar se obtiene:  $xy + xz + yz = 18 - (1/2) \cdot (x^2 + y^2 + z^2)$ , al reemplazarlo en (\*) se obtiene:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 18 + (1/2) \cdot (x^2 + y^2 + z^2) \geq 0, \text{ multiplicando por 2 se tiene: } 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 36 + (x^2 + y^2 + z^2),$$

$$\text{reduciendo términos } 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 36, \text{ lo que permite concluir que } x^2 + y^2 + z^2 \geq 12.$$

# Solucionario: Matemática 4° medio

Intervalos  
Página 6

56. Verdadera.

57. Falso.

58. Falso.

59. Falso.

60. Verdadero.

61. Verdadero.

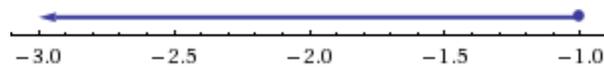
62. Falso.

63. Falso.

64. Verdadero.

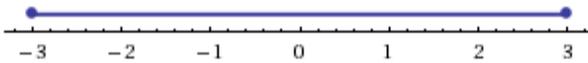
65.

$]-\infty, -1]$



66.

$]-3, -1]$



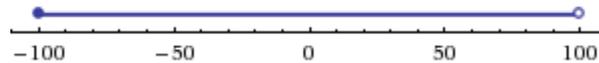
67.

$]2, 3; +\infty]$



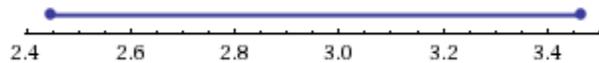
68.

$[-100; 100[$



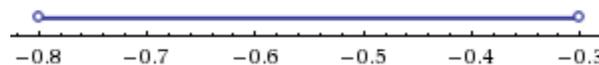
69.

$[\sqrt{6}, \sqrt{12}]$



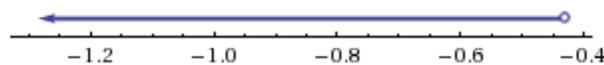
70.

$] -0,8; -0,3[$



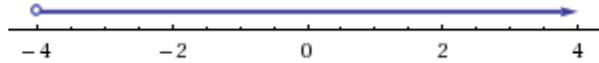
71.

$]-\infty, -3/7[$

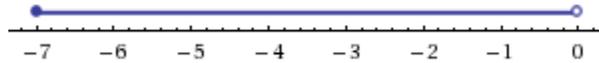


# Solucionario: Matemática 4° medio

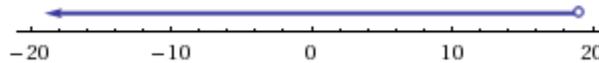
72.  
 $x > -4$



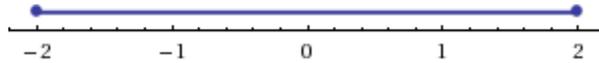
73.  
 $-7 \leq x < 0$



74.  
 $x \leq 19$



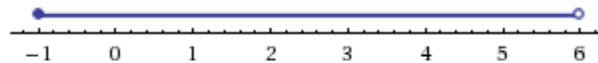
75.  
 $-2 \leq x \leq 2$



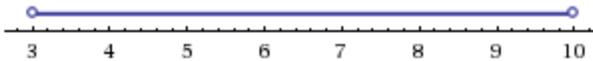
76. $-2 < x < 12$	$] -2, 12[$
77. $x < -3$	$] -\infty, -3[$
78. $1 < x$	$] 1, +\infty[$
79. $0,5 < x \leq 1,5$	$] 0,5; 1,5]$
80. $-3,5 \leq x \leq 1$	$[-3,5; 1]$
81. $x \leq 100$	$] -\infty; 100]$
82. $x > \sqrt{2}$	$] \sqrt{2}, +\infty[$
83. $0,1 \leq x \leq 3,9$	$] 0,1; 3,9]$
84. $-5,3 \leq x \leq 5,3$	$] -5,3; 5,3]$
85. $-20 \leq x$	$[-20; +\infty[$
86. $x < 13$	$] -\infty, 13[$

Unión e intersección de intervalos  
Página 7

87.  
 $[-1, 6[$



88.  
 $] 3, 10[$

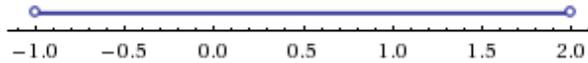


# Solucionario: Matemática 4° medio

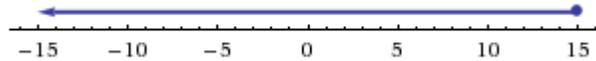
89.  
[-1, 15]



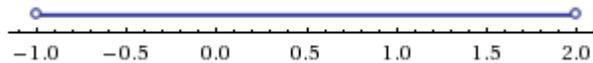
90.  
]-1, 2[



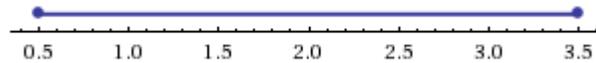
91.  
]-∞, 15]



92.  
]-1, 2]



93.  
[1/2, 7/2]

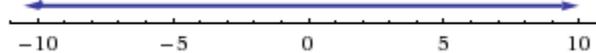


94. ∅

95.  
[-5, -4[



96.  
]-∞, +∞[



97. ∅

98. ∅

99. ]-∞, 10[

100. [-3, 10[

101. ]-∞, 9]

102. ]-3, 7[

103. ]0, 9]

104. ]0, 7[

105. ]-∞, 10[

106. ]0, 7[

107. ]1, 3] ∪ ]2, 6[

]1, 3] ∩ ]2, 6[

108. ]-∞, -1[ ∪ ]-∞, 1[

] -∞, -1[ ∩ ] -∞, 1[

109. ]-15, +∞[ ∪ ]-8, +∞[

] -15, +∞[ ∩ ] -8, +∞[

110. ]-∞, -3[ ∪ ]2, +∞[

] -∞, -3[ ∩ ]2, +∞[

## Solucionario: Matemática 4° medio

111.  $]-3, 0[ \cup ]-1, 4[$                        $]-3, 0[ \cap ]-1, 4[$   
112.  $]-\infty, 2[ \cup ]-1, 2; +\infty[$                        $]-\infty, 2[ \cap ]-1, 2; +\infty[$   
113.  $[-2, 5; 5[ \cup ]0, 2[$                        $[-2, 5; 5[ \cap ]0, 2[$   
114. Verdadero.  
115. Falso.  
116. Verdadero.  
117. Verdadero.  
118. Falso.

### Inecuaciones lineales con una incógnita Página 8

119. Sí pertenece, porque  $1 < 3$ .  
120. Sí pertenece, porque  $9 > 5$ .  
121. No pertenece, porque  $-2 > -3$ .  
122. Sí pertenece, porque  $0 < 12/5$ .  
123. Sí pertenece, porque  $1/2 \leq 1/2$ .  
124. Sí pertenece, porque  $3/4 < 1$ .  
125. Sí pertenece, porque  $\sqrt{3} > -1/2$ .  
126. No pertenece, porque  $0,1 < 11/7$ .  
127. No pertenece porque  $-1/2 > -8$ .  
128. No pertenece porque  $-2/5 < 8/15$ .  
129.  $]-\infty, -1/2[$   
130.  $]1, +\infty[$   
131.  $[7/10, +\infty[$   
132.  $]-\infty, 1/4[$   
133.  $[-9/5, +\infty[$   
134.  $]-\infty, 2]$   
135.  $]-\infty, 2/9[$   
136.  $]-\infty, 16/15]$   
137.  $]-25/6, +\infty[$   
138.  $[-9/29, +\infty[$   
139.  $]20, +\infty[$   
140. No son equivalentes.  
141. Sí son equivalentes.  
1.42 Sí son equivalentes.  
143. No son equivalentes.  
144. No son equivalentes.  
145. No son equivalentes.  
146. Sí son equivalentes.  
147. Sí son equivalentes.  
148. No son equivalentes.  
149. Sí son equivalentes.  
150.  $\{1\}$   
151.  $\{-3, -2, -1\}$ .  
152.  $\mathbb{N}$   
153.  $\emptyset$

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Planteamientos de inecuaciones lineales con una incógnita

Página 9

- 154.  $]1, +\infty[$
- 155.  $]2, +\infty[$
- 156.  $]-\infty, 6]$
- 157. 15 años
- 158. 19 días
- 159. 192.000 km
- 160. 8 libros
- 161. 7 cm
- 162. 2,3
- 163.  $26,\bar{6}$  horas
- 164.  $175 \text{ m}^2$
- 165.  $x > 15$
- 166. 125 kg
- 167. 21 seguros

### Existencia y pertinencia de soluciones de inecuaciones

Página 10

- 168. Todos.
- 169.  $-2$  y  $-1$
- 170. 0
- 171. 3, 4 o 5
- 172.
  - a.  $]0,3]$  cm.
  - b.  $[2, +\infty[$  cm.
- 173.
  - a. Al menos 26 artículos.
  - b. A lo más 74 artículos.
- 174.
  - a. \$ 11.999
  - b. \$ 18.000
- 175. A lo más 3 cajas de cereales con azúcar y 6 cajas de cereales sin azúcar.
- 176. Más de \$ 4.000.017.
- 177. Obtuvo al menos 5 veces un número par y a lo más 15 veces un número impar.
- 178.  $20 : 59$
- 179. Al menos 287 personas.
- 180. A lo más 309 días.

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita

Página 11

- 181.  $-5 < x < 2$
- 182.  $-2 < x < 5/2$
- 183.  $5/2 \leq x \leq 1$
- 184.  $x > 2$
- 185.  $\emptyset$
- 186.  $5/4 < x \leq 14$
- 187.  $x > 1$
- 188.  $x \leq 4/3$
- 189.  $x < 1/3$
- 190.  $\emptyset$
- 191.  $x > 33/20$
- 192.  $-3/2 < x < 1/4$
- 193.  $x \geq 1/6$  o  $x < 0$
- 194.  $x \geq 3$  o  $x < 1/2$
- 195.  $0 < x < 1/6$
- 196.  $x > 1$  o  $x < -4$
- 197.  $x > 5/2$
- 198.  $x > 4$
- 199.  $x \geq -3/2$
- 200.  $x > -2$  o  $x < -3$
- 201.  $-1 < x < 7$
- 202.  $-1 \leq x \leq 1$
- 203.  $-3 \leq x \leq 0$
- 204.  $x > 2$  o  $x < -1$
- 205.  $\mathbb{R} - \{0\}$
- 206.  $\mathbb{R} - \{1\}$
- 207. No pertenece.
- 208. Sí pertenece.
- 209. Sí pertenece.

### Planteamiento de sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita

Página 12

- 210.  $]5, 23[$
- 211.  $] -2/5, 3/8[$
- 212.  $] -\infty, 25]$
- 213.  $[4/3, 14/3[$
- 214.  $]1, 11[$
- 215.  $]5, 16[$
- 216.  $]24/5, 16[$
- 217. Al menos 250 boletos.
- 218. Al menos 25 minutos y a lo más 150 minutos.
- 219. Al menos un 2,4 y a lo más un 6,3.
- 220. Al menos 10 personas y a lo más 18 personas.

## Solucionario: Matemática 4° medio

221. Al menos 20 cajas y a lo más 53 cajas.  
222. [400.004, 749.996]  
223. 25, 26 o 27 estudiantes.  
224. Si  $x$ : cantidad de manzanas e  $y$ : cantidad de plátanos, entonces:  
 $0 \leq x < 10$ ;  $0 \leq y \leq 10 - x$   
225. Si  $x$ : ancho de la huerta e  $y$ : largo de la huerta, entonces:  
 $0 < x < 10$ ;  $10 < y < 20$

Existencia y pertinencia de soluciones de sistemas de inecuaciones  
Página 13

226.  $-2y - 1$   
227. 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 y 21  
228. 8, 9, 10, 11 y 12  
229. Ninguno.  
230. 6, 7, 8 y 9  
231. 2, 3, 5, 7 y 11  
232. 2, 3 y 4  
233. 3 y 5  
234. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10  
235. Al menos 10 cm y a lo más 20 cm.  
236. Si  $x$ : ancho e  $y$ : largo, entonces:  
 $2 \leq x \leq 6$ ;  $7 \leq y \leq 11$   
237. 3 cm y 5 cm  
238. 4, 5, 6 o 7 lados  
239. Más de 4 años y menos de 6 años y medio el menor y más de 11 años y menos de 13 años y medio el mayor.  
240. 40 CD  
241. Camila recibe entre \$ 38.000 y \$ 40.000; Bernardo entre \$ 53.000 y \$ 55.000 y Claudia entre \$ 106.000 y \$ 110.000.  
242. Más de 53 sillas y menos de 72 sillas.  
243. 37 personas  
244. Verdadero.  
245. Falso, la solución de un sistema de inecuaciones está dada por la intersección del conjunto solución de cada inecuación.  
246. Falso, el conjunto solución también puede ser el vacío.

Inecuaciones con valor absoluto  
Página 14

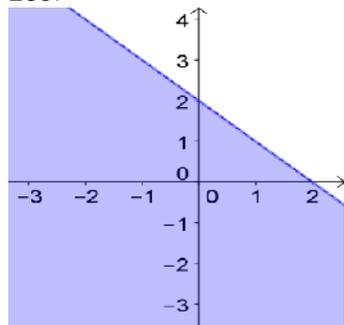
247.  $-3 < x < 3$   
248.  $-11 > x$  o  $x > 11$   
249.  $x \geq 7$  o  $x \leq -7$   
250.  $-5 > x$  o  $x > 3$   
251.  $-7 < x < -5$   
252.  $-76 \leq x \leq 8$   
253.  $-1 \leq x \leq 2$   
254.  $\emptyset$

## Solucionario: Matemática 4° medio

255.  $-21 > x$  o  $x > 21$   
256.  $-19/4 < x < -1/4$   
257.  $\mathbb{R} - \{0\}$   
258.  $2 > x$  o  $x > 8$   
259.  $-7/2 \leq x \leq 1/2$   
260.  $-13/2 \leq x \leq 6$   
261.  $-28 \geq x$  o  $x \geq 28$   
262.  $-22/9 < x < 2$   
263.  $-2/3 < x < 2/3$   
264.  $\emptyset$   
265.  $-37/9 \geq x$  o  $x \geq 53/9$   
266.  $-17/6 \leq x \leq -7/6$   
267.  $119/2 > x$  o  $x > 121/2$   
268.  $-1/3 \geq x$  o  $x \geq 7/3$   
269.  $-39 \leq x \leq 51$   
270. Falso.  
271. Verdadero.  
272. Verdadero.  
273. Falso.  
274. Verdadero.  
275. Falso.  
276. Verdadero.  
277. Falso.  
278. Verdadero.  
279. Verdadero.  
280. Falso.  
281. Verdadero.  
282. Verdadero.

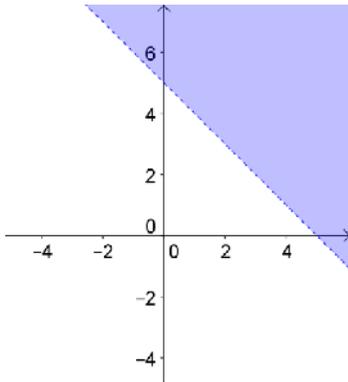
Inecuaciones lineales con dos incógnitas y sistemas con dos incógnitas  
Página 15

283.

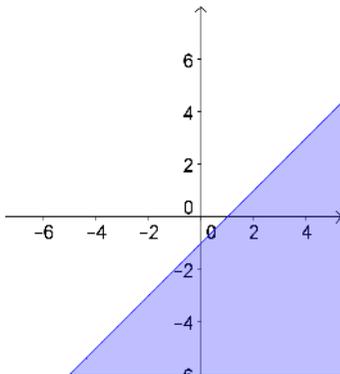


# Solucionario: Matemática 4° medio

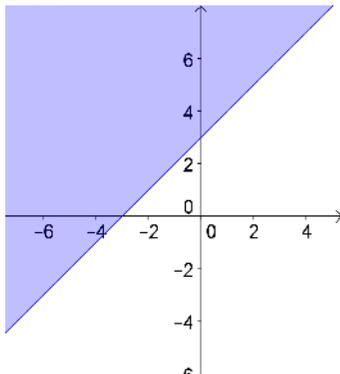
284.



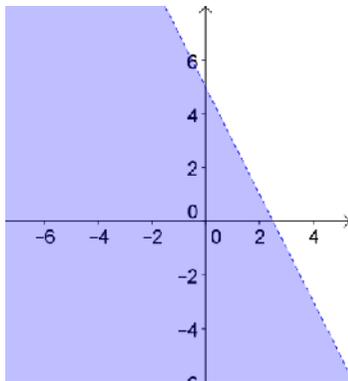
285.



286.

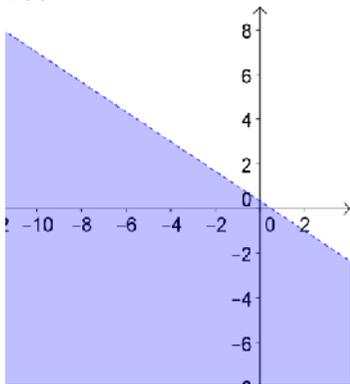


287.

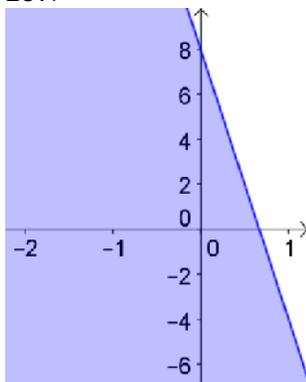


# Solucionario: Matemática 4° medio

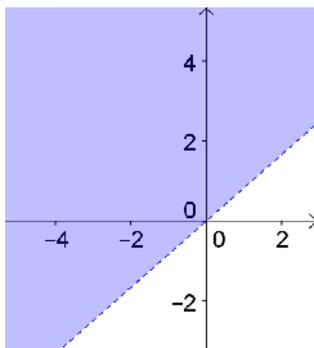
288.



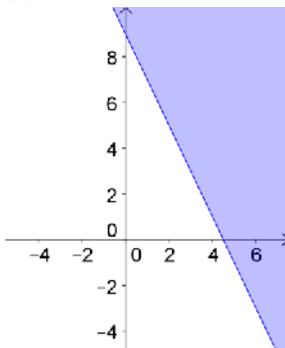
289.



290.

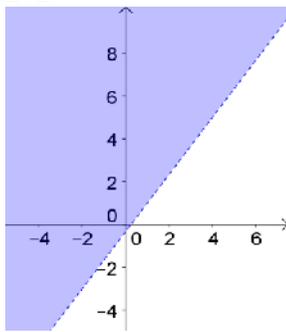


291.



# Solucionario: Matemática 4° medio

292.



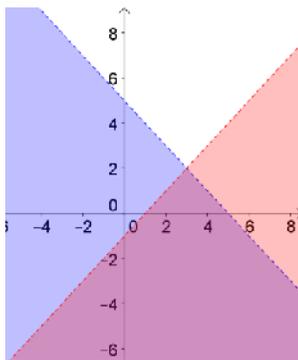
293.  $y \leq 1 - x$

294.  $y \leq x - 3$

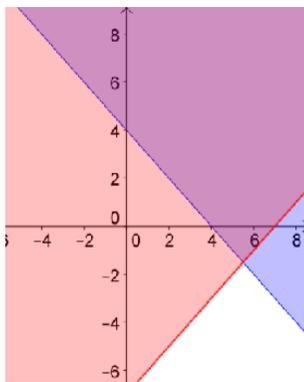
295.  $2x + 3y \leq -6$

296.  $2y \geq x - 2$

297.

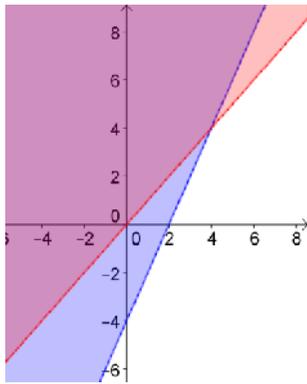


298.

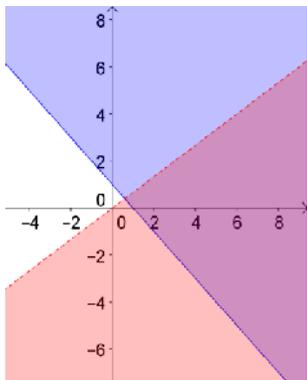


# Solucionario: Matemática 4° medio

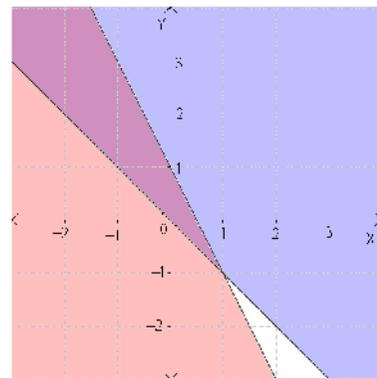
299.



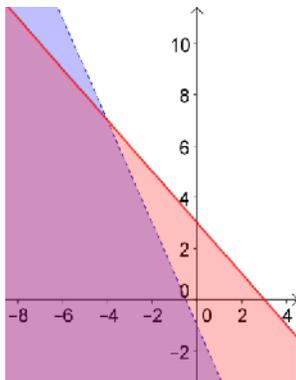
300.



301.



302.



## Solucionario: Matemática 4° medio

$$303. \begin{aligned} y + x &\geq 2 \\ 2y - x &\geq -2 \end{aligned}$$

$$304. \begin{aligned} y + 3x &\leq 3 \\ y - 3x &\geq 3 \end{aligned}$$

Evaluación tipo PSU  
Páginas 16 -19

1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	A	B	C	B	D	B	D	A

10	11	12	13	14	15	16	17
C	D	E	A	B	C	C	E

18	19	20	21	22	23	24	25
C	E	A	B	A	E	C	D

26	27	28	29	30	31
C	A	C	C	E	C

Función: afín, exponencial, logaritmo, raíz cuadrada  
Página 20

1. Sí representa una función.
2. Sí representa una función.
3. No representa una función.
4. 4
5. 0
6.  $-3/8$
7.  $1/81$
8. 3
9.  $-2$
10. 0
11.  $-1$
12.  $\sqrt{21}/3$
13.  $\sqrt{7}$
14. 32
15. 1,79
16.  $\sqrt{2}$
17. 1
18. Verdadera, porque la representación gráfica de g corresponde a una recta.
19. Falso, pues la función m es una parábola cóncava hacia arriba, por lo tanto, su recorrido es desde la coordenada y del vértice hacia el infinito positivo, esto es  $\text{Rec}(m) = [7/4, +\infty[$ .
20. Falso, pues  $\text{Dom}(k) = [-1/2, +\infty[$ .
21. Verdadero, porque la representación gráfica de f corresponde a una recta.
22. Verdadero, porque el punto (0, 1) pertenece a la gráfica de la función k.
23. Falso, porque la gráfica de la función h no pasa por el origen.
24. Verdadero, porque la gráfica de la función j pasa por (1, 0).
25. Falso, pues la gráfica de la función g pasa por el origen.
26. Verdadero.
27. Verdadero, pues en el gráfico se observa que la coordenada x del punto de intersección de ambas rectas pertenece al intervalo [0, 1] y la coordenada y, al intervalo [0, 1].
28. 400 metros
29. 175 metros
30.  $4 - \log 4 \approx 3,40$
31.  $10^{-7}$

## Solucionario: Matemática 4° medio

Página 21

Función: por tramos, valor absoluto y parte entera. Compuesta de funciones

32. 4

33.  $9/2$

34. 1

35. 38

36.  $-7$

37.  $-93$

38.  $-2$

39. 18,9

40.  $t = 1$

41. No existe ningún valor de  $a$  que cumpla  $f(a) = 0$ , porque el  $\text{Rec}(f) = [1, +\infty[$ .

42. Falsa, porque  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$ .

43. Verdadera.

44. Falso, porque la imagen de  $-1$  por la función  $h$  es 3.

45. Falso, porque  $-2$  también es preimagen de 7 por la función  $g$ .

46. Falso, pues cualquier número perteneciente al intervalo  $]0, 1]$  es preimagen de 1 por la función  $h$ .

47. Verdadero.

48. Verdadero, porque de acuerdo a la gráfica las funciones se intersectan en un punto, específicamente en  $(-1/3, 2)$ .

49. Falso, pues  $g$  decrece en  $] -\infty, 0]$ .

50. Falso, pues  $h(-1,6) = 3$  y  $h(1,7) = 0$ , luego  $h(-1,6) > h(1,7)$ .

51. Verdadero, pues  $g(-1) = g(1) = 4$ .

52. Falso, pues lo intersecta en  $(0, 1)$ .

53. Verdadero, pues el punto  $(0, 2)$  pertenece a la gráfica de  $h$ .

54.  $8 + 2x$

55.  $(1 - 6x^2)/5$

56.  $8 + 2x$

57.  $-8/5$

58. 0

59. 6

60.  $1 + 9x$

61.  $\log(2 + x^2)$

62.  $\log(3\sqrt{x} + 1)$

63. 3

64. 1

65.  $3\sqrt{10}$

66.  $|9 - 10x|$

67.  $[1 - 5x] + 1$

68.  $-4$

69. 9

70.  $f(g(x))$

71.  $h(g(x))$

72.  $g(f(x))$

73.  $h(f(x))$

La gráfica corresponde a una función valor absoluto porque tiene forma de  $v$ .

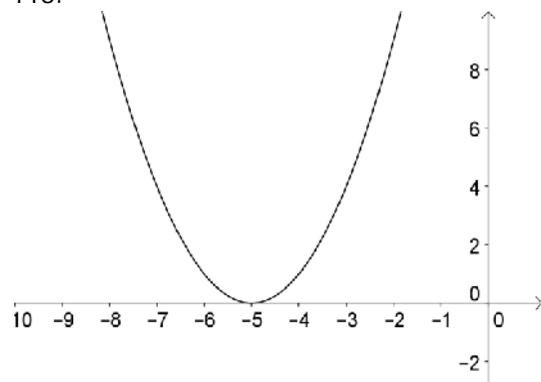
## Función potencia Página 22

74. 1
75. -256
76.  $1/2$
77. 0
78. -4
79.  $125/8$
80.  $4/9$
81. -0.0081
82. 10
83.  $\sqrt{3}/4$
84.  $-16/2.401$
85. 0,025
86. Falsa.
87. Falsa.
88. Falsa.
89. Verdadera.
90. Verdadera.
91. Falsa.
92. Falsa.
93. Verdadera.
94. Falsa.
95.  $-3/4$
96. 1
97.  $1/4$
98.  $8/81$
99. 4
100. -250
101. 0
102.  $64/27$
103. 4
104. 768
105. -0,001
106. 2.000
107. Falsa.
108. Falsa.
109. Verdadera.
110. Falsa.
111. Verdadera.
112. Verdadera.
113. Verdadera.
114. Falsa.
115. Verdadera.
116. Verdadera.
117. Falsa.

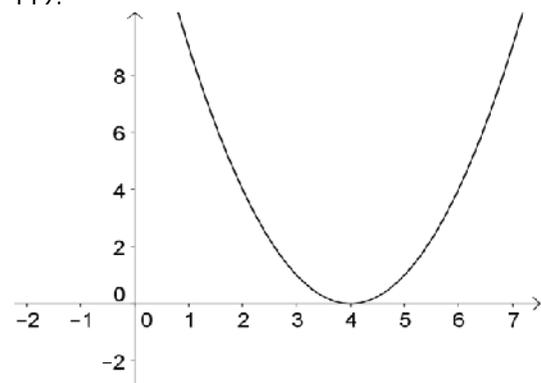
## Traslación de función potencia

Página 23

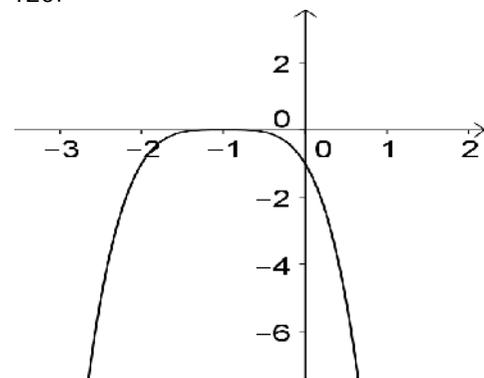
118.



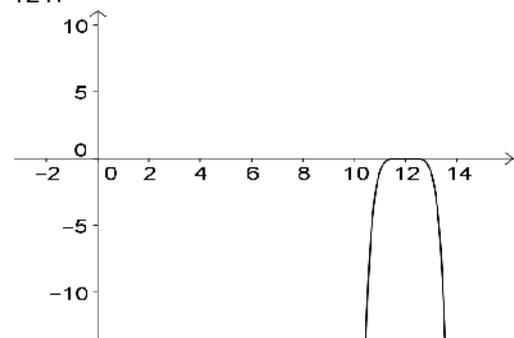
119.



120.

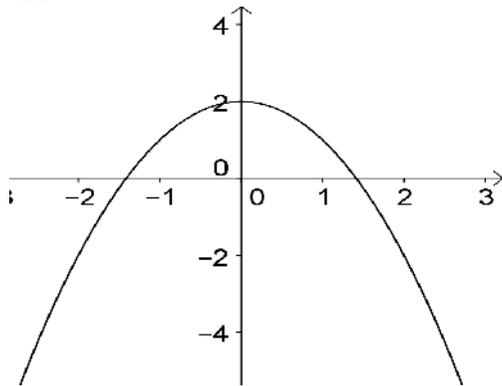


121.

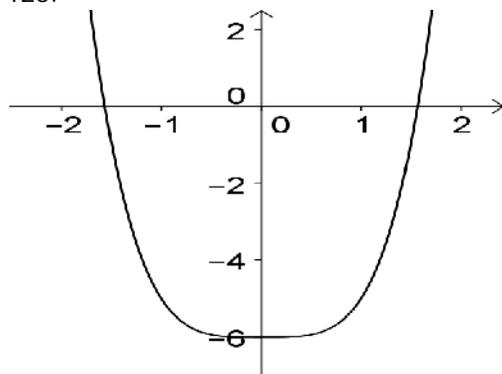


# Solucionario: Matemática 4° medio

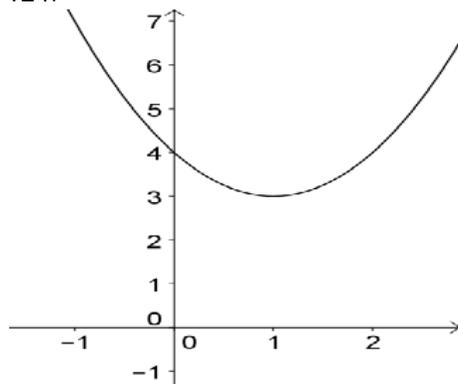
122.



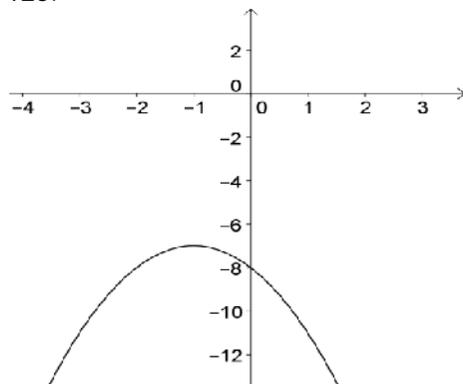
123.



124.

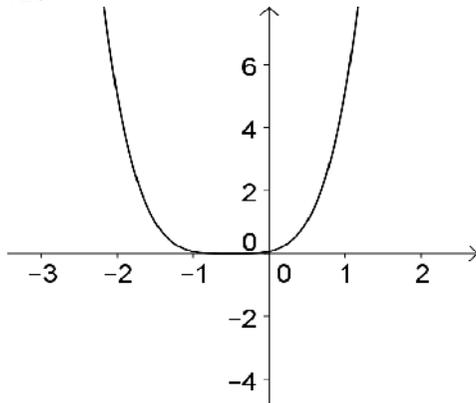


125.

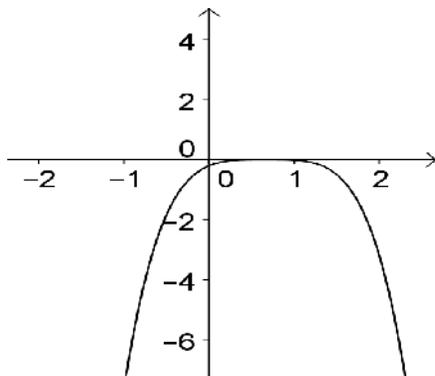


# Solucionario: Matemática 4° medio

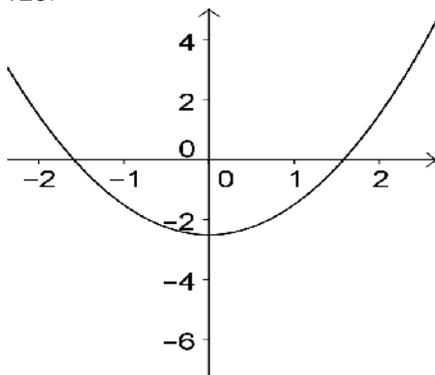
126.



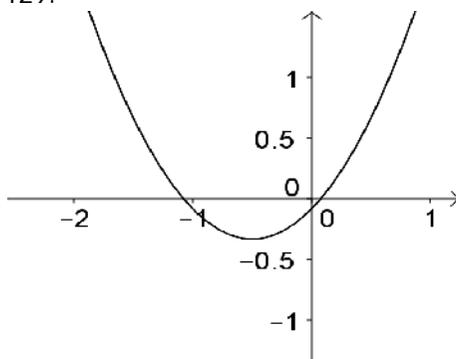
127.



128.

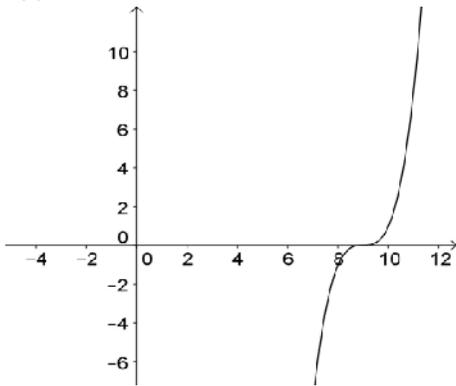


129.

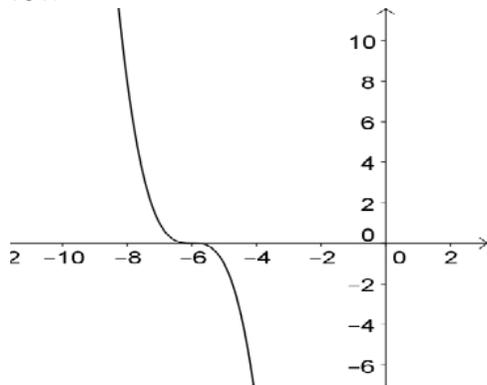


# Solucionario: Matemática 4° medio

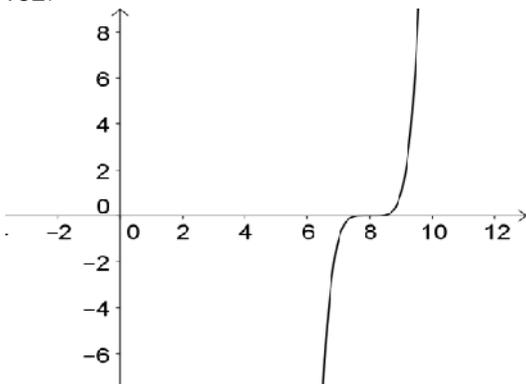
130.



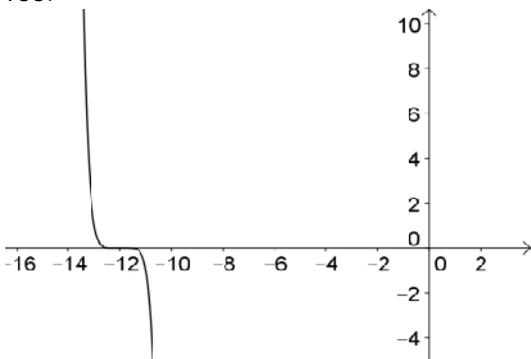
131.



132.

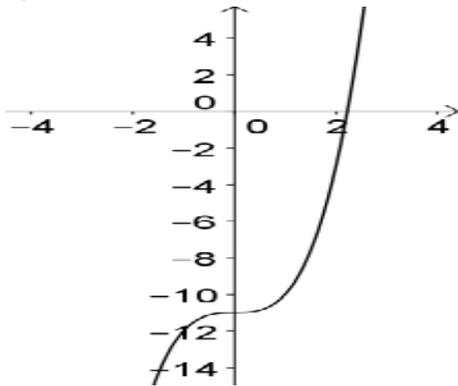


133.

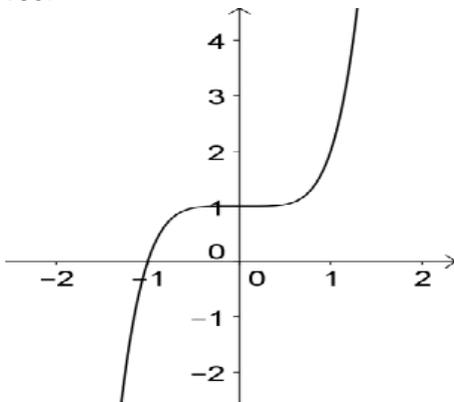


# Solucionario: Matemática 4° medio

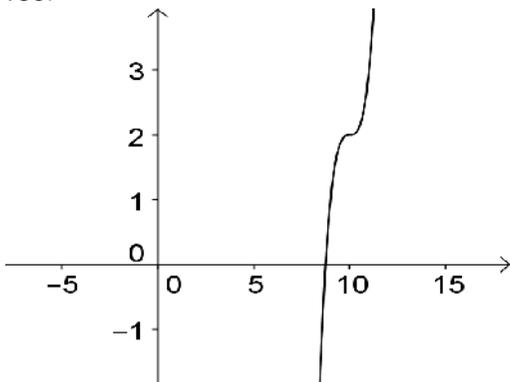
134.



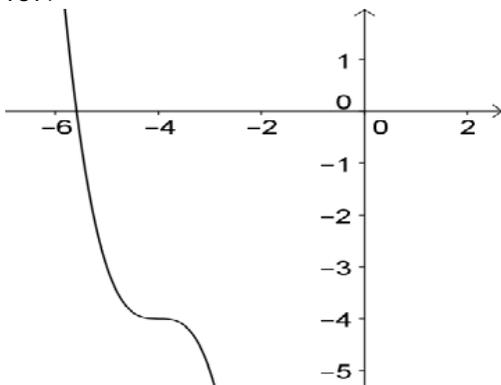
135.



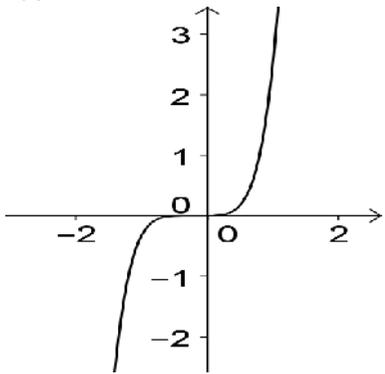
136.



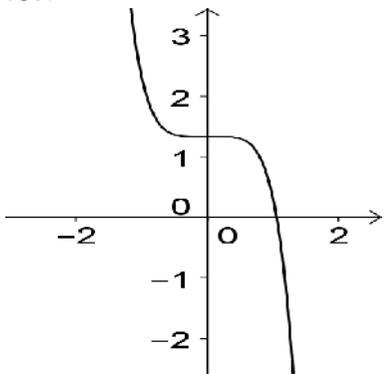
137.



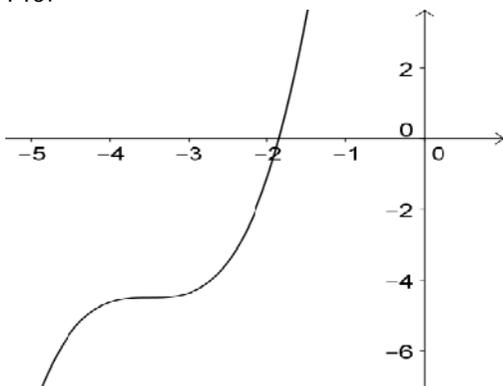
138.



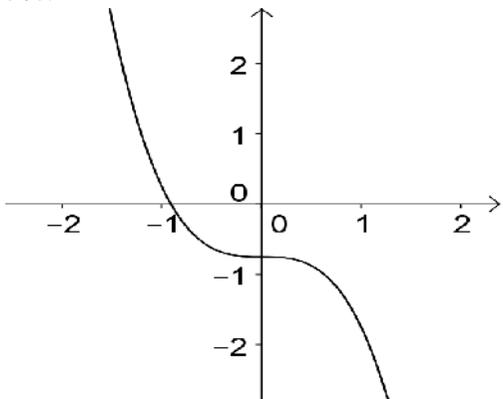
139.



140.



141.

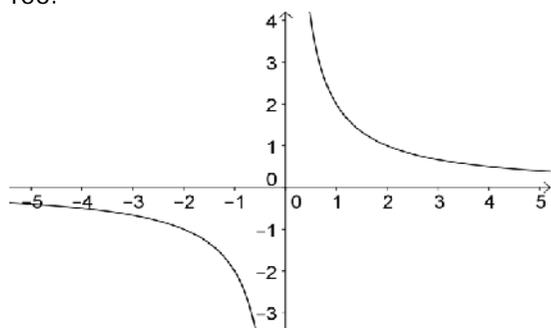


## Solucionario: Matemática 4° medio

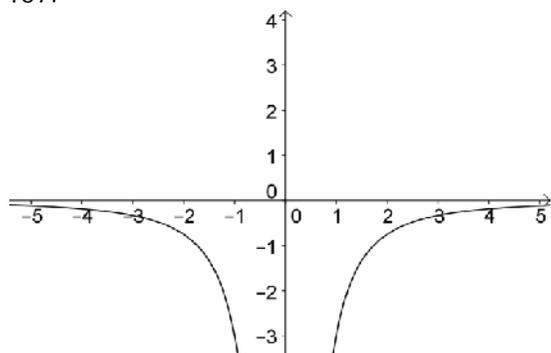
- 142.  $(0, -3)$
- 143.  $(0, 10)$
- 144.  $(-12, 0)$
- 145.  $(4, 0)$
- 146.  $(0, 9)$
- 147.  $(0, -1)$
- 148.  $(8, 5)$
- 149.  $(-1, -7)$
- 150.  $(3, -3)$
- 151.  $(-9, 2)$
- 152.  $(0, 0)$
- 153.  $(0, 0)$
- 154.  $f(x) = (x - 4)^2 + 1$
- 155.  $g(x) = (x - 1)^2 + 3$

Casos especiales  
Página 24

156.

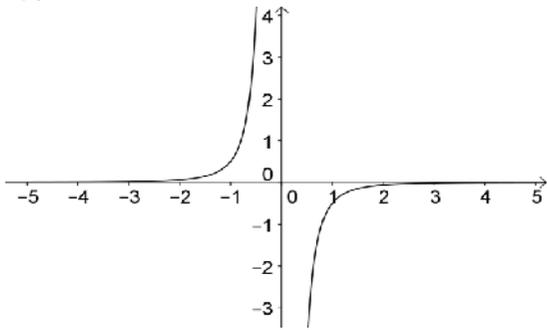


157.

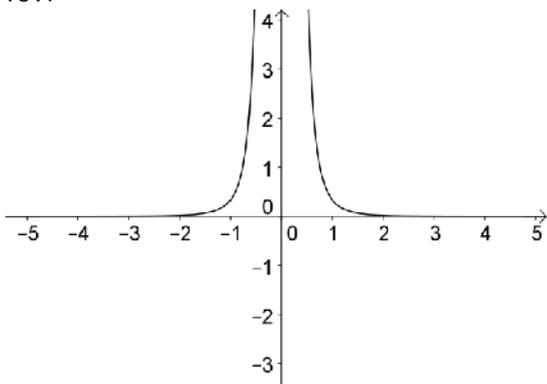


# Solucionario: Matemática 4° medio

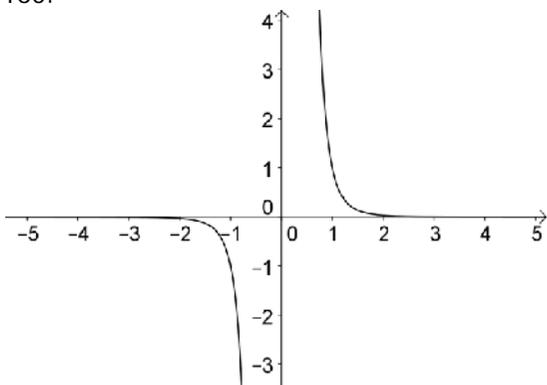
158.



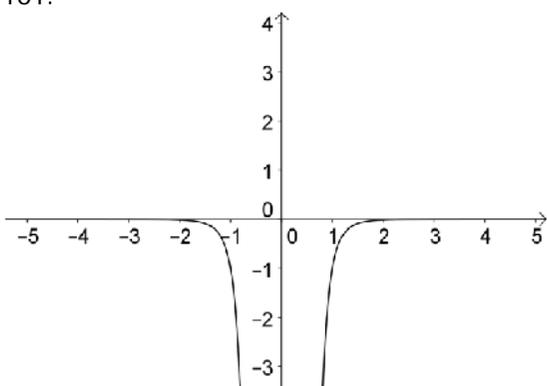
159.



160.

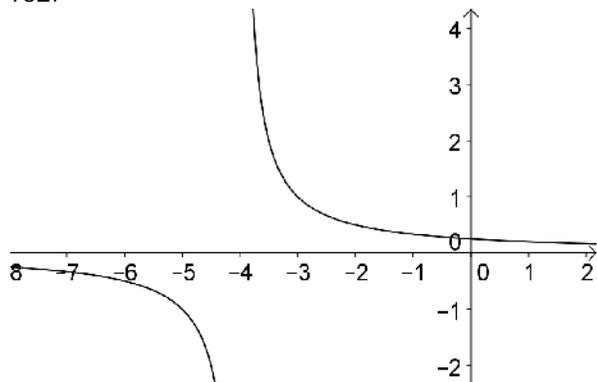


161.

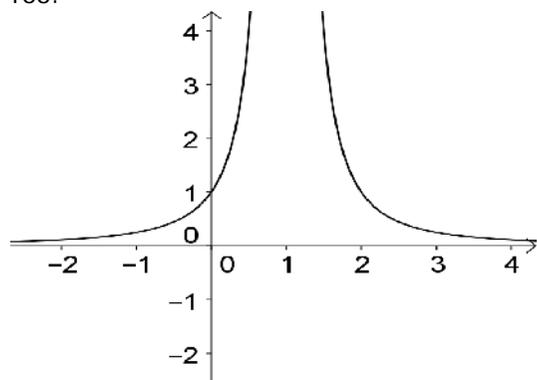


# Solucionario: Matemática 4° medio

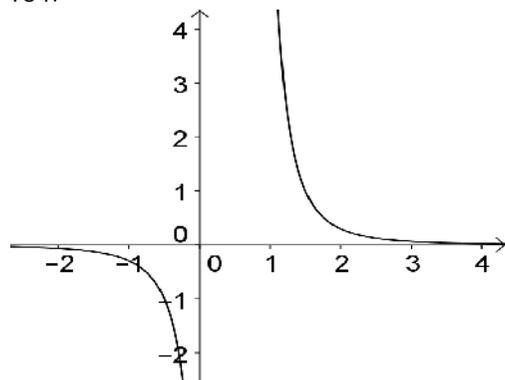
162.



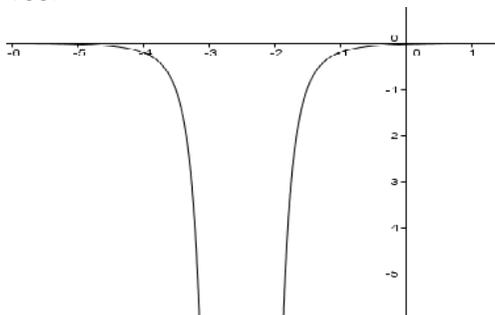
163.



164.

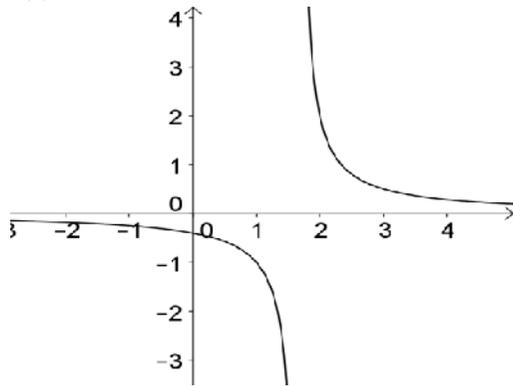


165.

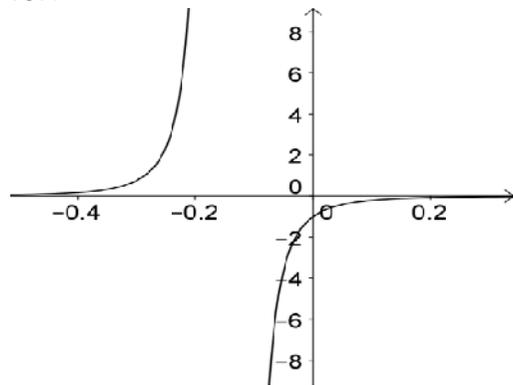


# Solucionario: Matemática 4° medio

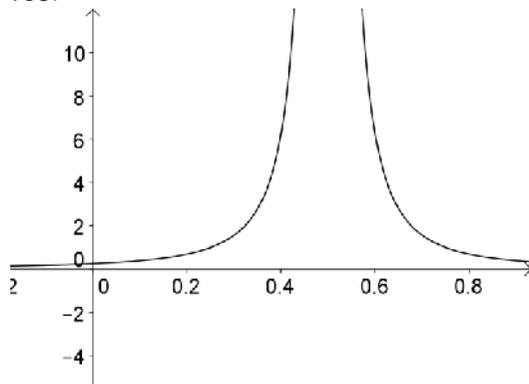
166.



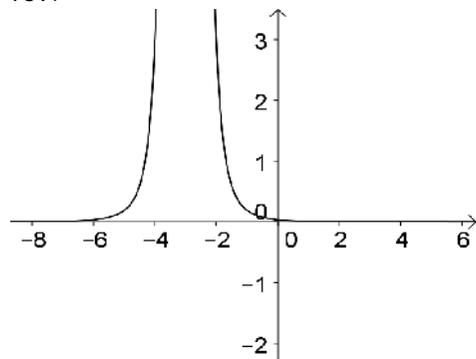
167.



168.

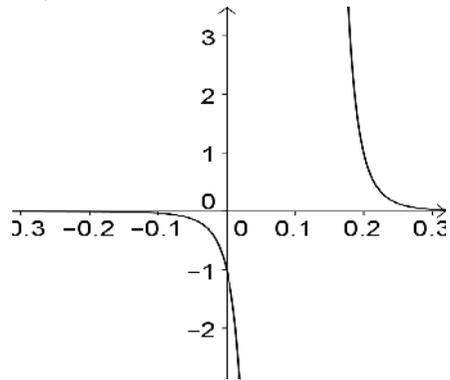


169.

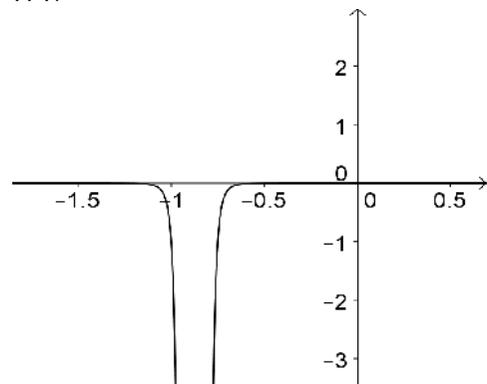


# Solucionario: Matemática 4° medio

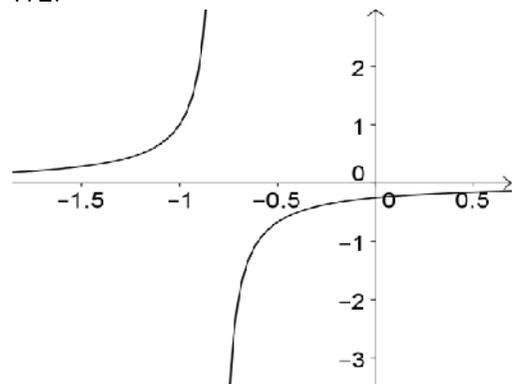
170.



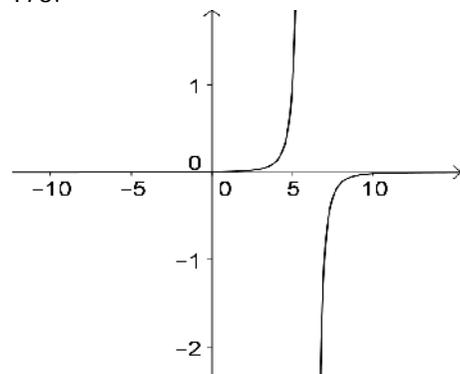
171.



172.

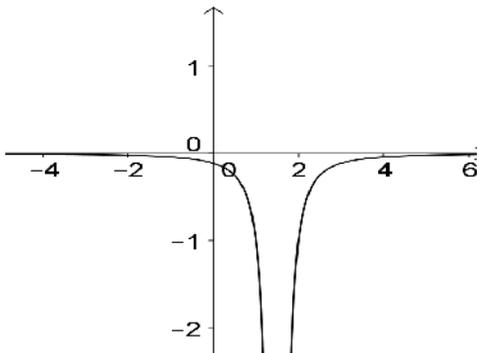


173.

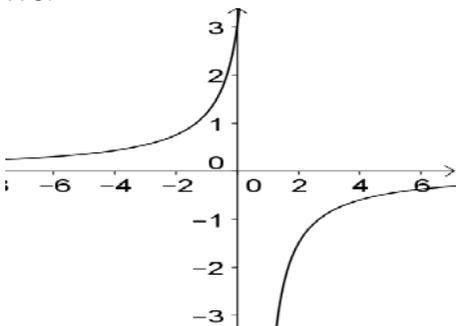


# Solucionario: Matemática 4° medio

174.



175.



- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| 176. Dom (f) = $\mathbb{R} - \{3\}$    | Rec(f) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 177. Dom (h) = $\mathbb{R} - \{-3\}$   | Rec(h) = $\mathbb{R}^-$       |
| 178. Dom (k) = $\mathbb{R} - \{5/3\}$  | Rec(k) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 179. Dom (n) = $\mathbb{R} - \{-7/2\}$ | Rec(n) = $\mathbb{R}^+$       |
| 180. Dom (p) = $\mathbb{R} - \{0\}$    | Rec(p) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 181. Dom (s) = $\mathbb{R} - \{0\}$    | Rec(s) = $\mathbb{R}^+$       |
| 182. Dom (g) = $\mathbb{R} - \{5\}$    | Rec(f) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 183. Dom (j) = $\mathbb{R} - \{1/4\}$  | Rec(j) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 184. Dom (m) = $\mathbb{R} - \{6\}$    | Rec(m) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 185. Dom (q) = $\mathbb{R} - \{-8/9\}$ | Rec(q) = $\mathbb{R}^+$       |
| 186. Dom (r) = $\mathbb{R} - \{1/4\}$  | Rec(r) = $\mathbb{R}^-$       |
| 187. Dom (t) = $\mathbb{R} - \{-3/5\}$ | Rec(f) = $\mathbb{R} - \{0\}$ |
| 188. Falsa.                            |                               |
| 189. Falsa.                            |                               |
| 190. Falsa.                            |                               |
| 191. Verdadera.                        |                               |
| 192. Falsa.                            |                               |
| 193. Verdadera.                        |                               |
| 194. Verdadera.                        |                               |

## Solucionario: Matemática 4° medio

Matemática financiera, tasas de crecimiento

Página 25

195. \$ 275.000

196. \$ 64.800

197. 6 meses y una semana, aproximadamente.

198.  $4,1\bar{6}\%$

199. Por un préstamo de \$ 600.000, con la primera opción Alberto debería pagar \$ 1.176.000; mientras que con la segunda opción solo pagaría \$ 840.000, por lo tanto, la opción 1 genera más ganancia a la caja de compensación que la opción 2.

200. \$ 5.646.326

201. \$ 546.364

202. 16 años y 3 meses, aproximadamente.

203. Banco 1.

204. La opción 2.

205.

a. 277.527 habitantes

b. 264.187 habitantes

206. 1,67%, aproximadamente.

207. \$ 216.571

208. \$ 234.332

209. \$ 253.354

210. \$ 318.770

211. \$ 398.513

212. \$ 611.805

213.  $f(r) = 200.000(1 + r/100)^8$

214. Las ganancias de Javier no fueron el doble de las de Andrea, porque para que eso suceda la relación entre la tasa de interés y el capital final debe ser directamente proporcional y no es el caso.

215. Andrea retiró \$ 151.838 y Javier \$ 190.425.

Función inyectiva y función sobreyectiva

Página 26

216. No es una función inyectiva, porque a un elemento de B le corresponde más de un elemento de A.

217. Es una función inyectiva, porque a cada elemento de B le corresponde un único elemento de A.

218. Es una función inyectiva, porque si trazamos rectas horizontales, intersectan a la gráfica en un solo punto, lo que indica que a cada elemento del recorrido le corresponde un único elemento del dominio.

219. No es una función inyectiva, porque si trazamos rectas horizontales, intersectan a la gráfica en más de un punto, lo que indica que hay elementos del recorrido a los que les corresponde más de un elemento del dominio.

220. La función h es inyectiva.

221. La función f es inyectiva.

222. La función q no es inyectiva pues  $q(0) = q(1) = 0$ .

223. La función s no es inyectiva pues  $s(0) = s(-2) = 1$ .

224. La función w es inyectiva.

225. La función g es inyectiva.

226. La función p es inyectiva.

## Solucionario: Matemática 4° medio

227. La función  $r$  es inyectiva.  
228. La función  $t$  no es inyectiva pues  $t(0) = t(1/3) = 1$ .  
229. La función  $u$  es inyectiva.  
230. No es sobreyectiva, porque a los elementos  $-2$  y  $-1$  del conjunto  $B$  no les corresponde ninguno del conjunto  $A$ .  
231. No es sobreyectiva, porque a los elementos  $-2$  y  $-5$  del conjunto  $B$  no les corresponde ninguno del conjunto  $A$ .  
232. Es sobreyectiva.  
233. Es sobreyectiva.  
234. No es sobreyectiva, porque  $\text{Rec}(m) = ]-\infty, 1]$ .  
235. Es sobreyectiva.  
236. No es sobreyectiva, pues  $\text{Rec}(g) = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ .  
237. Es sobreyectiva.  
238. No es sobreyectiva, porque  $\text{Rec}(t) = \mathbb{Z}$ .  
239.  $[-1, +\infty[$   
240.  $]-\infty, 0[$

Función biyectiva y función inversa

Página 27

241. No es biyectiva porque solo es sobreyectiva.  
242. Es biyectiva porque es inyectiva y sobreyectiva.  
243. No es biyectiva porque solo es inyectiva.  
244. Es biyectiva.  
245. No es biyectiva. Si se considera  $f: ]-\infty, 1] \rightarrow ]-\infty, 0]$ , definida por  $f(x) = -(x-2)^2$ , es biyectiva, porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva.  
246. Es biyectiva.  
247. No es biyectiva, porque  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ .  
248. Es biyectiva.  
249. No es biyectiva,  $h: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ .  
250. Es biyectiva.  
251. No es inyectiva. Si se considera  $r: [1, +\infty[ \rightarrow [3, +\infty[$ , definida por  $r(x) = (x-1)^4 + 3$ , es biyectiva, porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva.  
252. Es biyectiva.  
253. No es biyectiva. Si se considera  $w: [0, 3] \rightarrow [0, 2] \cup [4, 5]$ , definida por:  
$$w(x) = \begin{cases} x & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
  
Es biyectiva, porque cumple con ser inyectiva y sobreyectiva.  
254.  $f^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $f^{-1}(x) = x - 2$ .  
255.  $h^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $h^{-1}(x) = 4 - 7x$ .  
256. Si se considera  $j: ]-\infty, 0] \rightarrow ]-\infty, 3]$ , definida por  $j(x) = 3 - x^2$ , entonces  $j$  es biyectiva, luego  $j^{-1}: ]-\infty, 3] \rightarrow ]0, +\infty[$ , donde  $j^{-1}(x) = \sqrt{3-x}$ .  
257. Si se considera  $n: [0, +\infty[ \rightarrow [7, +\infty[$ , definida por  $n(x) = 4x^2 + 7$ , entonces  $n$  es biyectiva, luego  $n^{-1}: [7, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$ , donde  $n^{-1}(x) = \sqrt{x-7}/2$ .  
258.  $q^{-1}: [0, +\infty[ \rightarrow [0, +\infty[$ , donde  $q^{-1}(x) = x^2/5$ .  
259.  $s^{-1}: [0, +\infty[ \rightarrow [-1/2, +\infty[$ , donde  $s^{-1}(x) = x^2 - 1/2$ .  
260.  $u^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $u^{-1}(x) = \sqrt[3]{-x/3}$ .

## Solucionario: Matemática 4° medio

261.  $g^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{7x+6}$ .
262.  $k^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty[$ , donde  $k^{-1}(x) = e^x/2$ .
263.  $m^{-1}: \mathbb{R} \rightarrow ]-\infty, 11[$ , donde  $m^{-1}(x) = 11 - 10^x$ .
264.  $p^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $p^{-1}(x) = (\log x)/2$ .
265.  $r^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ , donde  $r^{-1}(x) = (\log x - 5)/7$ .
266.  $t^{-1}: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ , donde  $t^{-1}(x) = 3/x$ .
267.  $w^{-1}: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ , donde  $w^{-1}(x) = -5/3x$ .
268. Falsa.
269. Verdadera.
270. Verdadera, si  $f: \mathbb{R}^+ \cup \{0\} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ .
271. Verdadera.
272. Verdadera.
273. Verdadera, si  $g: \mathbb{R} \rightarrow ]-5, +\infty[$ .
274. Falsa.
275. Verdadera.

Evaluación tipo PSU  
Páginas 28 -31

1	2	3	4	5	6
E	D	B	B	A	B

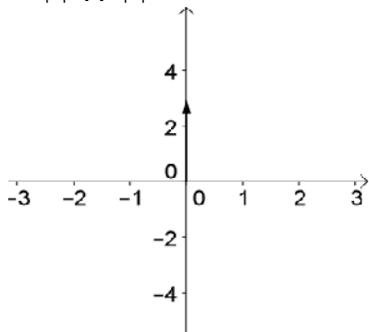
7	8	9	10	11	12
D	A	D	E	A	C

13	14	15	16	17	18
B	E	D	A	B	D

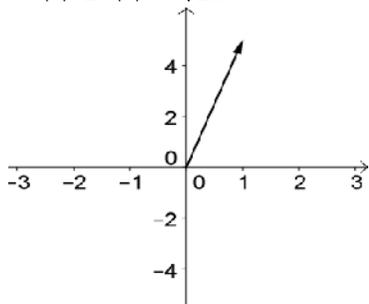
19	20	21	22	23	24
C	C	E	D	D	B

Vectores en el plano y en el espacio  
Página 32

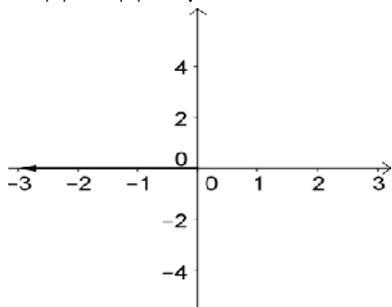
1.  $|| \vec{A} || = 3$



2.  $|| \vec{B} || = \sqrt{26}$

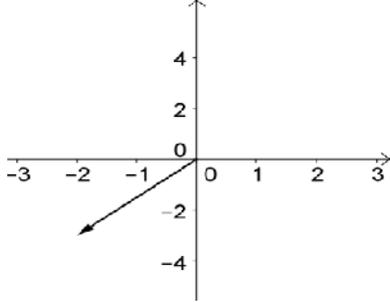


3.  $|| \vec{C} || = \sqrt{3}$

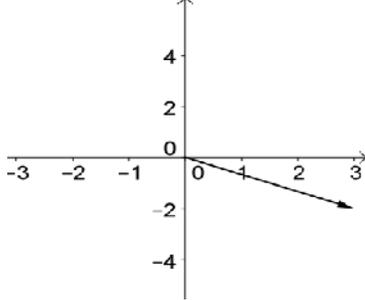


# Solucionario: Matemática 4° medio

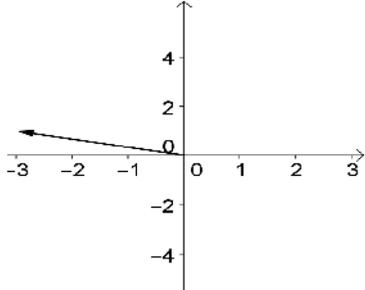
4.  $|| \vec{D} || = \sqrt{13}$



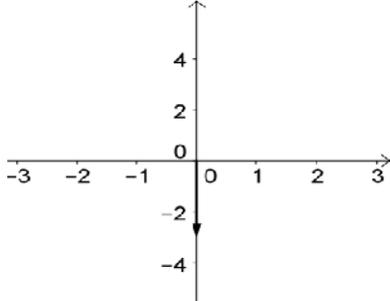
5.  $|| \vec{E} || = \sqrt{13}$



6.  $|| \vec{F} || = \sqrt{10}$



7.  $|| \vec{G} || = 3$



8. Verdadero, porque  $\sqrt{26} > \sqrt{13}$ .

9. Verdadero, porque uno tiene sentido Norte y el otro Sur.

10. Falso, porque no tienen la misma dirección.

11. Falso, porque son perpendiculares.

12.  $\vec{AF} = (2, 3)$        $|| \vec{AF} || = \sqrt{13}$

# Solucionario: Matemática 4° medio

13.  $\vec{AD} = (2, -3)$       $|| \vec{AD} || = \sqrt{13}$

14.  $\vec{BE} = (2, 3)$       $|| \vec{BE} || = \sqrt{13}$

15.  $\vec{CB} = (2, -3)$       $|| \vec{CB} || = \sqrt{13}$

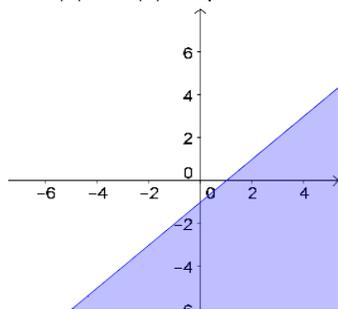
16.  $\vec{DA} = (-2, 3)$       $|| \vec{DA} || = \sqrt{13}$

17.  $(-3, -1)$

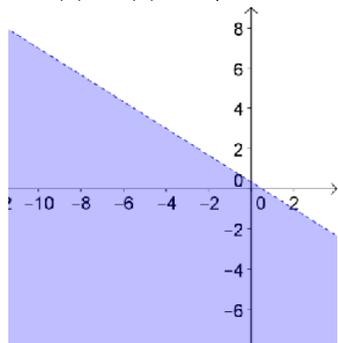
18.  $\vec{AB}$

19.  $2\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$

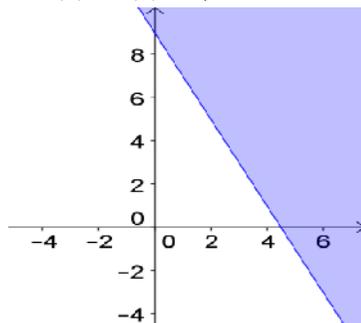
20.  $|| \vec{A} || = \sqrt{13}$



21.  $|| \vec{B} || = 3\sqrt{3}$

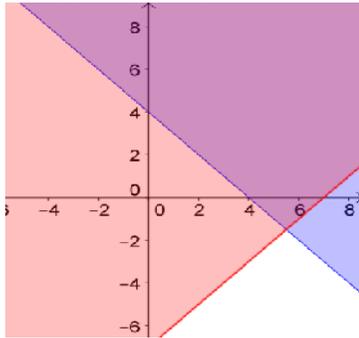


22.  $|| \vec{C} || = \sqrt{13}$

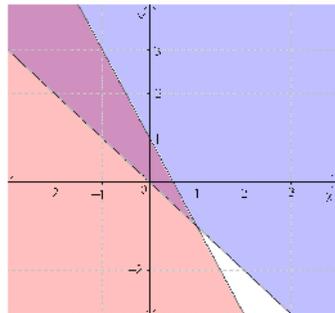


# Solucionario: Matemática 4° medio

23.  $|| \vec{D} || = \sqrt{14}$



24.  $|| \vec{E} || = \sqrt{29}$



25.  $\vec{A} = (-3, 3, 5)$

$|| \vec{A} || = \sqrt{43}$

26.  $\vec{B} = (2, -2, 4)$

$|| \vec{B} || = 2\sqrt{6}$

Ponderación de vectores del plano y espacio, por un escalar  
Página 33

27.  $(2, -2)$

28.  $(1, 1)$

29.  $(-6, 0)$

30.  $(0, 1)$

31.  $(-1, 0)$

32.  $(8, 8)$

33.  $(3, 0)$

34.  $(0, -6)$

35.  $(-2, -2)$

36.  $(1, 0)$

37.  $(-4, 4)$

38.  $(0, -3/4)$

39.  $(0, 2)$

40.  $(8, 2)$

41.  $(5, 3)$

42.  $(3, 2)$

43.  $(0, -1)$

44.  $(1, 1/4)$

- 45.  $(-15, -9)$
- 46.  $(15/8, 5/4)$
- 47.  $(0, -12)$
- 48.  $(20, 5)$
- 49.  $(-1, 3/5)$
- 50.  $(6, 4)$
- 51.  $(1, 1/2., 2)$
- 52.  $(4, 2, 8)$
- 53.  $(7, 0, 2)$
- 54.  $(27, -3, 0)$
- 55.  $(-4, -2, -8)$
- 56.  $(-2/5, -1/5, -4/5)$
- 57.  $(-21, 0, -6)$
- 58.  $(-9/2, 1/2, 0)$
- 59.  $(8, 4, 16)$
- 60.  $(20, 10, 40)$
- 61.  $(-21/2, 0, -3)$
- 62.  $(9/8, -1/8, 0)$
- 63.  $(14, 7, 28)$

Adición de vectores en el plano

Página 34

- 64.  $(0, -2)$
- 65.  $(-4, -2)$
- 66.  $(-2, -2)$
- 67.  $(-5, -3)$
- 68.  $(-1, -3)$
- 69.  $(-1, 3)$
- 70.  $(-6, -4)$
- 71.  $(2, 1)$
- 72.  $(3, -2)$
- 73.  $(2, -2)$
- 74.  $(0, -1)$
- 75.  $(-1, 6)$
- 76.  $(3, 5)$
- 77.  $(-2, -2)$
- 78.  $(-6, -1)$
- 79.  $(-1, 10)$
- 80.  $(-2, 16)$
- 81.  $(8, 5)$
- 82.  $(1, -1)$
- 83.  $(-10, 7)$
- 84.  $(-8, 11)$
- 85.  $(2, 14)$
- 86.  $(-12, -7)$
- 87.  $(-2, 6)$
- 88.  $(-4, 0)$

## Solucionario: Matemática 4° medio

89. (2, 11)  
90. (-3, 4)  
91. (-4, 5)  
92. Falsa, porque  $2\vec{a} = (4, 1, 0)$ .  
93. Falsa, porque  $3\vec{c} = (-9, -3)$ .  
94. Falsa, porque  $4\vec{b} = (0, -16)$ .  
95. Verdadera.  
96. Falsa, porque  $\vec{c} + 3\vec{a} = (3, 14)$ .  
97. Falsa, porque  $3\vec{b} + 2\vec{c} = (-6, -14)$ .  
98. Falsa, porque  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-1, 0)$ .  
99. Verdadera, la suma de vectores es conmutativa.  
100. Falsa, porque  $||\vec{b}|| = 4$ .  
101. Verdadera.  
102. Falso, porque  $||\vec{a} + \vec{b}|| \leq ||\vec{a}|| + ||\vec{b}||$ .

Sustracción de vectores en el plano

Página 35

103. (0, 3)  
104. (4, 3)  
105. (-4, 0)  
106. (2, 0)  
107. (2, 0)  
108. (-4, -3)  
109. (0, -2)  
110. (2, -5)  
111. (-1, 6)  
112. (-4, 0)  
113. (-6, -1)  
114. (1, 2)  
115. (3, -3)  
116. (-8, -4)  
117. (5, 7)  
118. (-1, -10)  
119. (-3, -2)  
120. (-11, 1)  
121. (17, 7)  
122. (10, -7)  
123. (2, 1)  
124. (-10, 2)  
125. (10, 11)  
126. (2, 10)  
127. (16, 1)  
128. (-4, 9)

## Solucionario: Matemática 4° medio

129.  $(-9, 2)$

130.  $(-28, -19)$

131. Falsa, porque  $-\vec{a} = (-2, -5)$

132. Verdadera.

133. Verdadera.

134. Falsa, porque  $-2\vec{a} - \vec{b} = (-4, -6)$ .

135. Falsa, porque  $\vec{c} - 3\vec{a} = (-7, -16)$ .

136. Verdadera.

137. Falsa, porque  $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c} = (3, 10)$ .

138. Falsa, porque  $\vec{c} - \vec{a} = (-3, -6)$  y  $\vec{a} - \vec{c} = (3, 6)$ , por lo tanto,  $\vec{c} - \vec{a} \neq \vec{a} - \vec{c}$ .

139. Verdadera.

140. Falsa,  $|| -5\vec{a} || = |-5| \cdot || \vec{a} || = 5 \cdot || \vec{a} ||$ .

141. Falsa, porque  $|| \vec{a} - \vec{b} || \geq || \vec{a} || - || \vec{b} ||$ .

Adición de vectores en el espacio

Página 36

142.  $(-2, 2, 9)$

143.  $(1, -1, 5)$

144.  $(-8, 1, 4)$

145.  $(-4, 1, 3)$

146.  $(-12, 8, 37)$

147.  $(-20, -12, 2)$

148.  $(5, 1, 22)$

149.  $(-3, 2, 7)$

150.  $(-12, 2, 21)$

151.  $(-7, 2, 8)$

152.  $(-8, -1, 5)$

153.  $(-4, -1, 4)$

154.  $(-1, -3, 16)$

155.  $(-10, 7, 30)$

156.  $(-31, 0, 6)$

157.  $(-25, -1, 17)$

158.  $(-7, 0, 9)$

159.  $(-20, 1, 12)$

160.  $(-24, 1, 18)$

161.  $(-11, 0, 29)$

162.  $(-24, 4, 28)$

163.  $(-30, -2, 28)$

164. Verdadera.

165. Verdadera.

166. Falsa.

167. Verdadera.

168. Verdadera.

169. Falsa.

## Solucionario: Matemática 4° medio

- 170. Verdadera.
- 171. Falsa.
- 172. Verdadera.
- 173. Falsa.
- 174. Falsa.
- 175. Verdadera.
- 176. Falsa, dos vectores son iguales cuando tienen la misma dirección, sentido y módulo.

### Sustracción de vectores en el espacio

Página 37

- 177.  $(3, 2, -8)$
- 178.  $(6, -4, -1)$
- 179.  $(-5, -3, 11)$
- 180.  $(-2, -1, 3)$
- 181.  $(9, 10, -38)$
- 182.  $(-38, 20, 16)$
- 183.  $(21, -8, -5)$
- 184.  $(1, -1, 2)$
- 185.  $(3, -12, 28)$
- 186.  $(-2, 1, -4)$
- 187.  $(-2, -7, 11)$
- 188.  $(1, -5, 3)$
- 189.  $(15, -10, -9)$
- 190.  $(-17, -7, 29)$
- 191.  $(-22, -13, 34)$
- 192.  $(-6, -18, 19)$
- 193.  $(1, -3, -4)$
- 194.  $(-9, -3, -3)$
- 195.  $(-7, -11, 9)$
- 196.  $(13, -7, -20)$
- 197.  $(-4, 4, -28)$
- 198.  $(-2, -12, -14)$
- 199. Falsa.
- 200. Verdadera.
- 201. Falsa.
- 202. Falsa.
- 203. Falsa.
- 204. Falsa.
- 205. Verdadera
- 206. Falsa.
- 207. Verdadera.
- 208. Falsa.
- 209. Falsa.
- 210.  $(3, 4, 2)$
- 211.  $(-5, -137, -8)$
- 212.  $(4, -3/7, -4/7)$
- 213.  $(1, 17, -1)$

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Ecuación vectorial y cartesiana de la recta en el plano

Página 38

214. L:  $(x, y) = \lambda(1, 2)$

215. L:  $(x, y) = \lambda(-3, 4)$

216. L:  $(x, y) = \lambda(-2, 0)$

217. L:  $(x, y) = \lambda(-5, -1)$

218. L:  $(x, y) = \lambda(2/3, -5/3)$

219. L:  $(x, y) = (2, 3) + \lambda(-3, 1)$

220. L:  $(x, y) = (0, 1) + \lambda(5, -4)$

221. L:  $(x, y) = (-4, 2) + \lambda(3, -6)$

222. L:  $(x, y) = (7, 0) + \lambda(-4, 8)$

223. L:  $(x, y) = (-1, 10) + \lambda(-1, 0)$

224. L:  $(x, y) = (3/7, 4/5) + \lambda(13/14, 11/5)$

225. L:  $(x, y) = (4/9, -2) + \lambda(5/9, 13/3)$

226.  $5x - 3y = 0$

227.  $x + y = 0$

228.  $3x + 4y = 6$

229.  $2x - 7y = 35$

230.  $2x + 9y = -15$

231.  $2x - y = -6$

232. L:  $(x, y) = (0, -1) + \lambda(1, -1)$

233. L:  $(x, y) = (0, 5) + \lambda(1, 1)$

234. L:  $(x, y) = (3/2, 0) + \lambda(1, -2)$

235. L:  $(x, y) = (0, 2) + \lambda(4, 1)$

236. L:  $(x, y) = (0, 1/3) + \lambda(6, -5)$

237. L:  $(x, y) = (1/3, 0) + \lambda(4, 9)$

238. L:  $(x, y) = (-4, 3) + \lambda(2, -5)$

239.  $5x + 2y = 3$

240. L:  $(x, y) = (2, 0) + \lambda(3, -1)$

241.  $-2x + y = -1$

242. Falsa, porque las rectas no tienen el mismo vector director.

243. Verdadero, porque las rectas tienen el mismo vector director.

### Ecuación vectorial y paramétrica de la recta en el espacio

Página 39

244. L:  $(x, y, z) = \lambda(-4, 0, 2)$

245. L:  $(x, y, z) = \lambda(-3, 5, -4)$

246. L:  $(x, y, z) = \lambda(2, 1, 1)$

247. L:  $(x, y, z) = \lambda(5, 9, -1)$

248. L:  $(x, y, z) = \lambda(2, 4/3, -5/7)$

249. L:  $(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(-4, -2, 1)$

250. L:  $(x, y, z) = (7, 0, 1) + \lambda(-3, -5, 2)$

251. L:  $(x, y, z) = (1, 2, 0) + \lambda(7, 1, -1)$

252. L:  $(x, y, z) = (0, -10, 0) + \lambda(6, 7, -2)$

## Solucionario: Matemática 4° medio

253. L:  $(x, y, z) = (1, 5, 1) + \lambda(-1, -8, 8)$   
254. L:  $(x, y, z) = (-2, 3/8, 1/5) + \lambda(5/2, -1/8, -3/10)$   
255. L:  $(x, y, z) = (9/7, 0, -3/2) + \lambda(-19/14, 7/4, 5/3)$   
256.  $x = -1, y = 4 - 7\lambda, z = 2 + 3\lambda$   
257.  $x = 5 + 6\lambda, y = 1 - \lambda, z = 1 + 2\lambda$   
258.  $x = 3\lambda, y = -2 - 4\lambda, z = 9\lambda$   
259.  $x = -3 + 4\lambda, y = -2 + \lambda, z = 1 + 7\lambda$   
260.  $x = 10\lambda, y = -11 - 3\lambda, z = 8 - \lambda$   
261. L:  $(x, y, z) = (2, 0, 1) + \lambda(-3, 4, 5)$   
262. L:  $(x, y, z) = (0, 1, -8, 0) + \lambda(7, -6, 1)$   
263. L:  $(x, y, z) = (2, 0, 1) + \lambda(3, 4, 5)$   
264. L:  $(x, y, z) = (-1, 0, 4) + \lambda(1, 1, 1)$   
265. L:  $(x, y, z) = (0, 6, -3) + \lambda(-1, 9, 2)$   
266. L:  $(x, y, z) = (2, -7, 9) + \lambda(-1, 11, 8)$   
267. L:  $(x, y, z) = (5, -3, 3) + \lambda(2, -1, 4)$   
268. L:  $(x, y, z) = (-3, 11, 0) + \lambda(1, 5, -7)$   
269.  $x = -1 + 6\lambda, y = -1 + \lambda, z = 4 - 6\lambda$   
270. Falsa.  
271. Falsa.  
272. Falsa.  
273. Verdadera.  
274. Falsa.

### Rectas y planos en el espacio

Página 40

275. Plano.  
276. Plano.  
277. Plano.  
278. Recta.  
279. Recta.  
280. I, B, E, G  
281. A, C, D  
    F, G, C, I  
282. FGH  
283. IFH, GCD, BCG... Tres puntos determinan un plano, luego cualquier trío de puntos determinan un plano secante a ADI.  
284. La recta HG.  
285. Ninguna.  
286. Las rectas FG, AD y BC.  
287. Las rectas FG, BC, DC, DH, EI, etc.  
288. Dos o más puntos son colineales si pertenecen a una misma recta, luego si hay que determinar puntos colineales con C se puede nombrar cualquier pareja de puntos que contenga a C: C y D son colineales, C y B son colineales, etc.  
289. Las rectas EB, KH, RM, etc.  
290. ED, KJ, RS, etc.  
291. HKL y QRM

## Solucionario: Matemática 4° medio

292. ABC, FED, LKJ y RQP

293. EB, DC, LG, etc.

294. LKJ, HID y ABC

295. ED, BC, PQ, etc.

296. GHK, ABE y DCI

297. Dos o más puntos son colineales si pertenecen a una misma recta, luego si hay que determinar puntos colineales con K se puede nombrar cualquier pareja de puntos que contenga a K: K y L son colineales, K y J son colineales, etc.

Ecuación vectorial del plano en el espacio

Página 41

298. No son colineales.

299. No son colineales.

300. No son colineales.

301. No son colineales.

302. No son colineales.

303. No son colineales.

304. No son colineales.

305. No son colineales.

306. No son colineales.

307. No son colineales.

308.  $P \notin \Pi$

309.  $P \in \Pi$

310.  $P \notin \Pi$

311.  $P \notin \Pi$

312.  $P \notin \Pi$

313.  $P \notin \Pi$

314.  $P \notin \Pi$

315.  $P \in \Pi$

316.  $P \in \Pi$

317.  $P \in \Pi$

318.  $\Pi: (x, y, z) = (0, -2, 7) + \lambda(1, -1, 1) + \mu(3, 2, -4)$

319.  $\Pi: (x, y, z) = (4, 0, 12) + \lambda(0, 3, 5) + \mu(-2, 7, 9)$

320.  $\Pi: (x, y, z) = (3, -1, 10) + \lambda(5, 2, 0) + \mu(1, 3, 5)$

321.  $\Pi: (x, y, z) = (2, -2, 1) + \lambda(4, -8, 2) + \mu(0, 1, -3)$

322.  $\Pi: (x, y, z) = (-1, -3, 4) + \lambda(3, -4, 3) + \mu(5, 4, 7)$

323.  $\Pi: (x, y, z) = (9, 6, -3) + \lambda(-2, 5, -4) + \mu(4, 0, 2)$

324.  $\Pi: (x, y, z) = (-5, -1, 5) + \lambda(7, -7, 11) + \mu(10, 11, 0)$

325. Falsa, porque el vector  $\vec{v}$  no es ningún ponderado de los vectores directores del plano  $\Pi$ .

326. Verdadera, porque al sustituir el valor de  $\lambda$  y  $\mu$  en el plano  $\Pi$  se obtiene el punto P.

327. Verdadera, porque  $2\vec{v} = \vec{u}$ , por lo tanto, los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{u}$  son paralelos.

328. Falsa, porque no existen valores reales para  $\lambda$  y  $\mu$  que satisfagan la ecuación del plano  $\Pi$ .

329. Falsa, porque dos vectores colineales siempre son coplanares.

# Solucionario: Matemática 4° medio

330. Verdadera, porque el vector director  $\vec{u}$  es perpendicular al plano XY, luego existe al menos una recta en el plano con vector director  $\vec{u}$  paralela al eje Z.

Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio

Página 42

331.  $\Pi: (x, y, z) = (3 + 2\mu, -1 - 4\lambda, 4 + \lambda + 3\mu)$

332.  $\Pi: (x, y, z) = (-5 + \lambda + 4\mu, -\lambda + 6\mu, 2 - \lambda)$

333.  $\Pi: (x, y, z) = (6 + 4\lambda, -2 + \lambda - 5\mu, 3 + 4\lambda + \mu)$

334.  $\Pi: (x, y, z) = (10 + 3\lambda + \mu, -5 - 2\lambda + 2\mu, 1 + 7\lambda - 4\mu)$

335.  $\Pi: (x, y, z) = (-1 + 2\lambda - 5\mu, 3 + 3\lambda + 9\mu, 15 - 2\lambda + 2\mu)$

336.  $\Pi: (x, y, z) = (-2 - 5\lambda - 3\mu, 4 + 10\lambda + 4\mu, \lambda - \mu)$

337.  $\Pi: (x, y, z) = (12 + \lambda - \mu, 5\lambda + 4\mu, 13 + 8\lambda - 5\mu)$

338.  $\Pi: (x, y, z) = (1, -3, 2) + \lambda(2, 4, 0) + \mu(-1, 0, 1)$

339.  $\Pi: (x, y, z) = (4, 4, 7) + \lambda(1, -1, -2) + \mu(-4, 3, -1)$

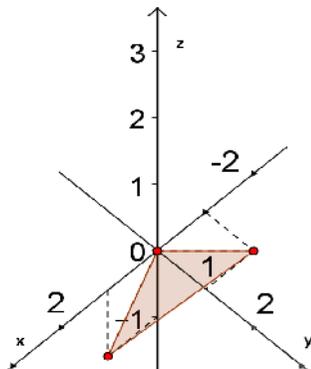
340.  $\Pi: (x, y, z) = (-3, 4, 9) + \lambda(1, 1, 2) + \mu(-4, -3, -1)$

341.  $\Pi: (x, y, z) = (0, 2, 7) + \lambda(1, 3, -2) + \mu(-4, -5, 5)$

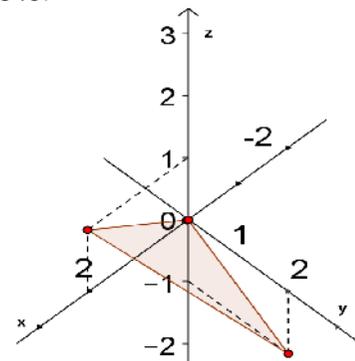
342.  $\Pi: (x, y, z) = (5, 1, 2) + \lambda(-2, 9, 1) + \mu(1, 0, 3)$

343.  $\Pi: (x, y, z) = (-2, 5, 3) + \lambda(3, 2, -4) + \mu(3, 2, 2)$

344.

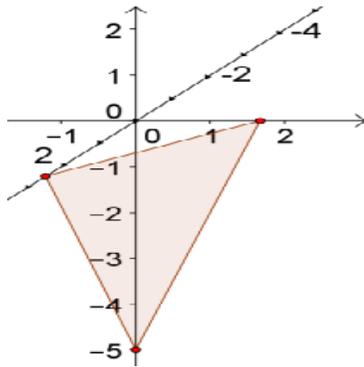


345.

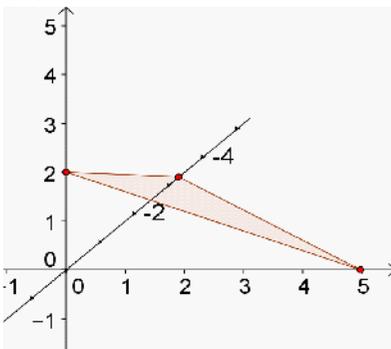


# Solucionario: Matemática 4° medio

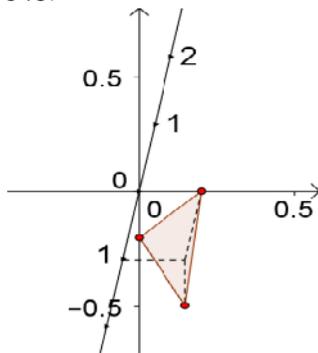
346.



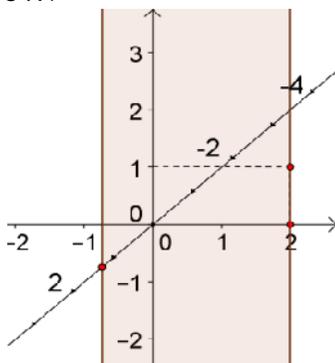
347.



348.

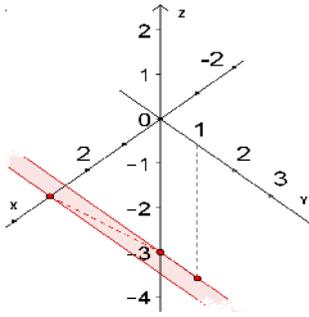


349.



# Solucionario: Matemática 4° medio

350.



351.  $(5/2, 1/2, -5/2)$

352.  $(-37/13, 1 - 10/13)$

353.  $(2, -56/5, -123/5)$

354.  $(-1/2, -17/4, -7/2)$

355.  $(7/11, 34/11, -30/11)$

356.  $(-2, -1, 3)$

357. Verdadera, porque todo punto de la forma  $(0, \alpha, \beta)$  pertenece al plano ZY.

358. Falsa, porque el plano paralelo a XOZ que pasa por el punto  $(-4, 5, 3)$  es  $x = \alpha, \alpha \in \mathbb{R}; y = 5; z = \beta, \beta \in \mathbb{R}$ .

359. La recta no está contenida en el plano.

360. La recta no está contenida en el plano.

361. La recta no está contenida en el plano.

Ecuaciones cartesianas de la recta en el espacio

Página 43

362. L:  $(x, y, z) = (-3\lambda - 2, \lambda, 1 + 2\lambda)$

363. L:  $(x, y, z) = (5\lambda, 4\lambda - 1, 11\lambda - 5)$

364. L:  $(x, y, z) = (2\lambda + 1, 3\lambda + 1, 2 - 13\lambda)$

365. L:  $(x, y, z) = (4\lambda + 2/5, 7\lambda + 1/5, 5\lambda)$

366. L:  $(x, y, z) = (4\lambda + 1, 37\lambda + 7/2, 18\lambda)$

367. L:  $(x, y, z) = (4\lambda + 2, 5\lambda - 1, 9\lambda - 2)$

368. L:  $(x, y, z) = (1, \lambda - 2/3, 3\lambda)$

369. L:  $(x, y, z) = (17\lambda + 2, -12\lambda - 2, 11\lambda)$

370. L:  $(x, y, z) = (2\lambda - 16/9, \lambda, \lambda + 4/3)$

371. L:  $(x, y, z) = (\lambda, 63/10 - 10\lambda, 22/5 - 7\lambda)$

372. L:  $(x, y, z) = (\lambda, (3/13)\lambda - 11/39, (17/13)\lambda - 71/39)$

373.  $5y + 4z = 9$

$4x + 3y = 11$

374.  $6x - 7y = -13$

$y - 2z = 17$

375.  $x + 3y = 14$

$5y - z = 21$

376.  $x - y = -1$

$3y - z = -4$

377.  $9x + y = -6$

$2y - 9z = -39$

## Solucionario: Matemática 4° medio

378.  $x + y = -5$

$y - z = -12$

379.  $3x - 4y = 11$

$y - 3z = 7$

380.  $x - 7y = 2$

$y + z = 6$

381.  $x - 4y = 4$

$4y + z = 6$

382.  $x - 3y = -3$

$5y + z = 5$

383.  $7x - 3y = -17$

$2y + 7z = 2$

384.  $y - z = 5$

$x + 5y = 31$

Evaluación tipo PSU

Página 44 - 47

1	2	3	4	5	6	7
D	C	E	B	A	B	E

8	9	10	11	12	13
C	D	D	C	E	E

14	15	16	17	18
D	E	E	C	A

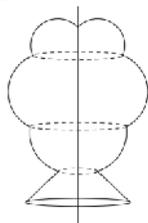
19	20	21	22	23	24
A	E	A	A	A	D

Cuerpos geométricos generados por rotación  
Página 48

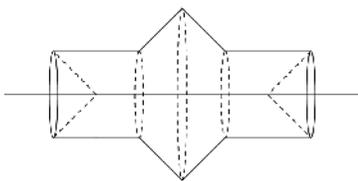
1.



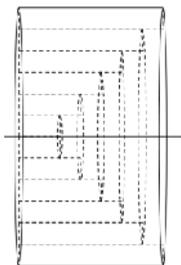
2.



3.



4.



5.



6.



7.



8.



9. En esta figura no se encuentra considerada la oreja del jarrón.



10.



11. 4 unidades

12. 6 unidades

13. Ambas generatrices tienen el mismo tamaño.

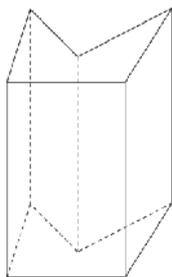
14.  $(0, -1, 3)$

15. 4 unidades

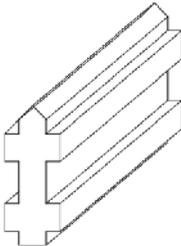
Cuerpos geométricos generados por traslación

Página 49

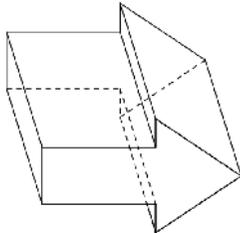
16.



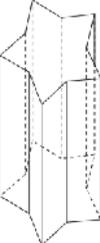
17.



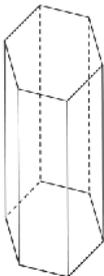
18.



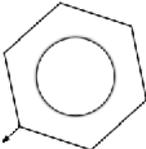
19.



20.

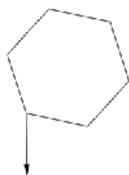


21.



## Solucionario: Matemática 4° medio

22.



23.



24.



25. La figura no puede ser generada por traslación.

26.



27. Un prisma recto de base triangular.

28.  $A'(0, -2, 5)$ ;  $B'(0, 2, 5)$ ;  $C'(2, 0, 5)$

29. Cilindro.

30.  $(1, 3, 2)$

31. 1 unidad

32. Verdadera.

33. Verdadera.

34. Falso, para que se generara un cilindro debería trasladarse el círculo respecto de una recta perpendicular a él y que pase por su centro.

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Volumen de prismas

Página 50

35. 32

36. 4

37.  $256 \text{ cm}^3$

38.  $\sqrt{3} / 2 \text{ cm}^3$

39.  $75 \text{ cm}^3$

40.  $700 \text{ cm}^3$

41.  $272 \text{ cm}^3$

42.  $1.725 \text{ cm}^3$

43.  $540\sqrt{3} \text{ cm}^3$

44.  $0,003\sqrt{3} \text{ m}^3$

45.  $3.924 \text{ cm}^3$

46.  $180 \text{ cm}^3$

47.  $360 \text{ cm}^3$

48. 5

49. 8 cm

50.  $5\sqrt{2} \text{ cm}$

51. 1,25 cm, aproximadamente.

52. La medida del lado de la base del prisma debe ser igual a  $a\sqrt{2}$ .

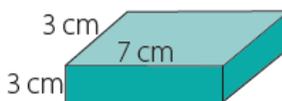
53.  $a\sqrt{2} \text{ cm}$

54.  $252 \text{ cm}^3$

55. Para responder la pregunta la caja debe tener 100 cm de largo o 1 metro de largo.

La respuesta al problema es 125 cajas.

56.  $16.875\sqrt{3} / 2 \text{ cm}^3$



57. La imagen de la caja debe ser:  $3 \text{ cm}$ , considerando esta imagen se tiene que el volumen de la caja es  $63 \text{ cm}^3$ .

58.  $18 \text{ cm}^2$

59. 14.700 g

### Volumen de cilindros

Página 51

60.  $27\pi \text{ cm}^3$

61.  $144\pi \text{ cm}^3$

62.  $40\pi \text{ cm}^3$

63.  $180\pi \text{ cm}^3$

64.  $93,75 \pi \text{ cm}^3$

65. 8 tarros

66. 8,5 cm, aproximadamente.

67. 12,73 cm, aproximadamente.

68.  $300.000 \text{ cm}^3$

## Solucionario: Matemática 4° medio

69.  $512\sqrt{2(\pi-2)} \approx 826,6 \text{ cm}^3$

70. El envase con mayor capacidad es el segundo, pues su volumen es el doble que el del primero.

71.  $12(10 - \pi) \approx 82,3 \text{ cm}^3$

72. Se puede vaciar el agua en el recipiente cilíndrico, pero sobrarían  $61,8 \text{ cm}^3$ , aproximadamente.

73.  $[(375/8) \cdot \sqrt{3} - 10\pi] \text{ cm}^3$

74. La razón entre los volúmenes de un cilindro y otro que tiene la misma altura pero el doble de radio es 1 : 4.

Volumen de pirámides

Página 52

75.  $51,16 \text{ cm}^3$

76.  $7 \text{ cm}^3$

77.  $194,86 \text{ cm}^3$

78.  $(160/27) \text{ cm}^3 \approx 5,93 \text{ cm}^3$

79.  $8.411,67 \text{ m}^3$

80.  $77,94 \text{ cm}^3$

81. La altura estimada es de 24,35 m.

82. Asumiendo que la lámpara se relaciona con la forma de una pirámide se tiene que el volumen es:  $288,66 \text{ cm}^3$

83.  $2.666,67 \text{ cm}^3$

84.  $779,42 \text{ cm}^3$

85.  $1.920 \text{ cm}^3$

86.  $1.125 \text{ cm}^3$

87.  $141.666,67 \text{ cm}^3$

Volumen de conos

Página 53

88.  $480\pi \text{ cm}^3$

89.  $500\pi \text{ cm}^3$

90.  $320,85 \text{ cm}^3$

91.  $1.215\pi \text{ cm}^3$

92.  $3\pi \text{ cm}^3$

93.  $(113/12)\pi \text{ cm}^3$

94.  $23,964 \text{ m}^3$ , aproximadamente.

95.  $87,27 \text{ cm}^3$ , aproximadamente.

96.  $452,39 \text{ cm}^3$ , aproximadamente.

97.  $36,35 \text{ cm}$ , aproximadamente.

98.  $4 \text{ cm}$

99.  $14,15 \text{ cm}$ , aproximadamente.

100.  $16\pi \text{ cm}^3$

101. 3 vasos

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Área de un prisma

Página 54

102.  $15,42 \text{ cm}^2$

103.  $6,5 \text{ cm}^2$

104.  $480 \text{ cm}^2$

105.  $228 \text{ cm}^2$

106.  $670 \text{ cm}^2$ , aproximadamente.

107.  $547,06 \text{ cm}^2$

108.  $1.860,04 \text{ cm}^2$

109.  $1.504,8 \text{ cm}^2$

110.  $6 \text{ cm}^2$ ,  $24 \text{ cm}^2$ ,  $54 \text{ cm}^2$ ,  $96 \text{ cm}^2$ , respectivamente.

111. Si la arista duplica su medida el área total se cuadruplica. Si triplica su medida, entonces el área total es 9 veces la inicial.

112. 24, 54 y 96 cubos, respectivamente.

113. 3,2 m

114. 25%

115. Si  $a$  es la medida inicial del lado de la base del prisma, entonces la nueva medida de la base

debe ser  $\frac{2a\sqrt{\sqrt{3}+3} - a\sqrt{3}}{3}$ .

116. Si  $a$  es la medida inicial del lado de la base del prisma, entonces la nueva medida de la base debe ser  $2\sqrt{2a^2 + 40a + 100} - 10$ .

117.  $192 \text{ cm}^2$

118. \$ 80.000

119.  $(9\sqrt{3} + 360)/160 \text{ m}^2 \approx 2,35 \text{ m}^2$

120.  $34 \text{ cm}^2$

121. El área del cubo mayor es 1,5 veces la del menor.

### Área de un cilindro

Página 55

122.  $36\pi \text{ cm}^2$

123.  $22\pi \text{ cm}^2$

124.  $48\pi \text{ cm}^2$

125.  $138\pi \text{ cm}^2$

126.  $(255/2)\pi \text{ cm}^2$

127.  $2.380\pi \text{ cm}^2$

128. 2 cilindros más.

129.  $1,1853 \text{ m}^2$

130.  $864\pi \text{ cm}^2$

131. Asumiendo que la base del prisma es un cuadrado se tiene que:

Área cilindro:  $33\pi \text{ cm}^2$ , considerando  $\pi = 3,14$  el área es:  $103,62 \text{ cm}^2$ .

Área prisma base cuadrada:  $264 \text{ cm}^2$ .

Por lo que se utilizará mayor cantidad de cartulina en el prisma de base cuadrada.

132.  $(3/10)\pi \text{ m}^2$

## Solucionario: Matemática 4° medio

133. \$ 124.407

134. El radio mide 12 cm y el volumen del cilindro es igual a  $5.817,79 \text{ cm}^3$ .

135. El recipiente de 4 cm de altura.

136. En el recipiente de 8 cm de altura.

137. En el recipiente de 8 cm de altura.

Área de una pirámide

Página 56

138.  $49,26 \text{ cm}^2$

139.  $28,21 \text{ cm}^2$

140.  $214,76 \text{ cm}^2$

141.  $65,13 \text{ cm}^2$

142.  $501,36 \text{ cm}^2$

143.  $29,65 \text{ cm}^2$

144. El área total de la nueva pirámide corresponde al 64% del área de la pirámide original.

145.  $172,71 \text{ cm}^2$

146.  $3.712,004 \text{ cm}^2$

147.  $6 : (1 + \sqrt{5})$

148.  $64\sqrt{3} \text{ cm}^2$

149. 4 cm

150.  $1.892,1 \text{ cm}^2$

151. 247 pisapapeles.

152.  $12\sqrt{7} \text{ cm}$ .

153.  $2.304\sqrt{7} \text{ cm}^2$

154.  $2.205,17 \text{ cm}^2$

Área de un cono

Página 57

155.  $1.041,27 \text{ cm}^2$

156.  $56,64 \text{ cm}^2$

157.  $64\pi \text{ cm}^2$

158.  $13\pi \text{ cm}^2$

159.  $940 \text{ cm}^2$

160.  $12 : (2 + \sqrt{13})$

161. 21%

162. 9 : 8

163.  $320,75 \text{ cm}^2$

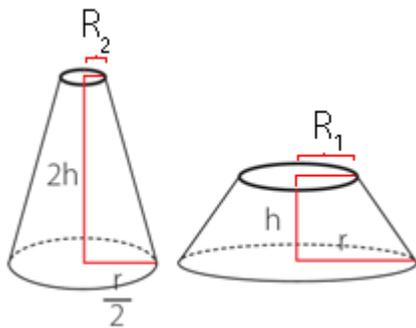
164.  $302,78 \text{ cm}^2$

165.  $471,62 \text{ cm}^2$

166.  $452,87 \text{ cm}^2$

## Solucionario: Matemática 4° medio

167. Para responder a la pregunta se debe considerar:



Modelo 1

Modelo 2

Además se tiene que:  $(r/2) < R_1 < r$ ,  $0 < R_2 < (r/2)$

Luego, el modelo con el que se ahorrará más material es con el modelo 1.

168.  $4\sqrt{2}$  cm

169.  $207,16 \text{ cm}^2$

170.  $(64/3)\pi \text{ cm}^2$

171. En el gorro cónico se utiliza más material.

172. \$ 213

173. 20 cm

174. 28 cm

175.  $2\sqrt{241}$  cm

Volumen de una esfera

Página 58

176.  $(32/3)\pi \text{ cm}^3$

177.  $(343/6)\pi \text{ dm}^3$

178.  $(500/3)\pi \text{ cm}^3$

179.  $147,456\pi \text{ cm}^3$

180.  $(8.788/3)\pi \text{ cm}^3$

181.  $(1.125/2)\pi \text{ cm}^3$

182.  $2.304\pi \text{ cm}^3$

183.  $(500/3)\pi \text{ cm}^3$

184. 1 : 8

185. 1,89 cm

186. 1 : 27

187. 2,66 cm

188.  $(244/3)\pi \text{ cm}^3$

189. 2 cm

190.  $516\pi \text{ cm}^3$

191. 16,38 %

192. 48 veces mayor, aproximadamente.

## Solucionario: Matemática 4° medio

193. 343 copas.

194. 1,08 cm

195. 125 (suponiendo que ocupan todo el espacio).

196. Es posible si la altura del cono, más tres veces la altura del cilindro, es igual a cuatro veces el radio que tienen en común.

Área de una esfera

Página 59

197.  $676\pi \text{ cm}^2$

198.  $(225/2)\pi \text{ cm}^2$

199.  $72\pi \text{ cm}^2$

200.  $100\pi \text{ cm}^2$

201. 1,69 cm

202.  $3.600\pi \text{ cm}^2$

203.  $2\sqrt[3]{2} : 1$

204. 125 %

205. 2,62 cm

206. 157 tarros

207. 0,49 cm

208. Si es posible, pero sobran  $5,38 \text{ m}^2$ , aproximadamente.

209.  $6\pi : 19$

210.  $1.032\pi \text{ cm}^2$

211.  $(12.167/12)\pi \text{ cm}^2$

212. 8.305,3 litros

213.  $576\pi \text{ cm}^2$

214.  $2.304\pi \text{ cm}^2$

215. 4 : 1

216. 8 : 1

Evaluación tipo PSU

Páginas 60 – 63

1	2	3	4	5	6	7
B	C	D	E	E	B	C

8	9	10	11	12	13	14	15
E	D	B	C	B	C	B	C

16	17	18	19	20	21	22	23
E	A	C	B	E	A	A	B

24	25	26	27	28	29
D	E	A	C	D	C

Variable aleatoria continua

Página 64

1. Discreta.
2. Continua.
3. Continua.
4. Discreta.
5. Continua.
6. Continua.
7. Continua.
8. Continua.
9. Discreta.
10. Discreta.
11. Discreta.
12. Discreta.
13. Continua.
14. Discreta.
15. Discreta.
16.  $f(x)$  no es función de densidad porque su área bajo la curva en el intervalo  $[1, 2]$  no es igual a 1.
17.  $f(x)$  es función de densidad porque es mayor o igual a 0 para todos los valores de  $x$ , y su área bajo la curva en el intervalo  $[0, 1]$  es igual a 1.
18.  $f(x)$  no es función de densidad porque es negativa para todos los valores de  $x$ , y su área bajo la curva en el intervalo  $[-1, 0]$  no es igual a 1.
19.  $f(x)$  es función de densidad porque es mayor o igual a 0 para todos los valores de  $x$ , y su área bajo la curva en el intervalo  $[-1, 1]$  es igual a 1.
20.  $f(x)$  si es función de densidad porque es mayor o igual a 0 para todos los valores de  $x$ , y su área bajo la curva en el intervalo  $[-1/2, 1/2]$  es igual a 1.
21. 0,75
22. 0
23. 1
24. 0
25.  $f(x)$  es función de probabilidad porque es mayor o igual a 0 para todos los valores de  $x$ , y su área bajo la curva en el intervalo  $[0; 1,5]$  es igual a 1.
26. 0,25
27. 0,75

## Solucionario: Matemática 4° medio

Distribución de probabilidad

Página 65

$$28. f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$$

$$29. f(x) = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{-50(x-1)^2}$$

$$30. f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2}} e^{-\frac{(x-11)^2}{32}}$$

$$31. f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2}} e^{-\frac{(x-7)^2}{18}}$$

$$32. f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

$$33. f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2(x-16)^2}$$

$$34. f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2}} e^{-\frac{25(x-30)^2}{32}}$$

35. Falsa, a mayor desviación estándar la gráfica es más baja, ya que los datos se encuentran más dispersos.

36. Verdadero.

37. Verdadero.

38. Falso, significa que la media es 21 y la desviación estándar es 3.

39. Falso,  $P(X < 11) = 0,5$ .

40. Verdadero.

41. Falso, los valores de Z presentan mayor dispersión que los X, ya que su desviación estándar es mayor.

42. 0,5

43. 0,68268, aproximadamente.

44. 0,15865, aproximadamente.

45. 0,00134, aproximadamente.

46. 0

47. 0,5

48. 0,95449, aproximadamente.

49. 0,84134, aproximadamente.

50. 0

51. 0,02275, aproximadamente.

52. 0,84134, aproximadamente.

53. 0

54. 0,02275, aproximadamente.

55. 19 alumnos.

56. La cantidad de gente que mide más de 1,80 m es igual a la cantidad de personas que mide menos de 1,50 m.

57. La gráfica de la función tiene forma de campana con eje de simetría la recta  $x = 1,65$ .

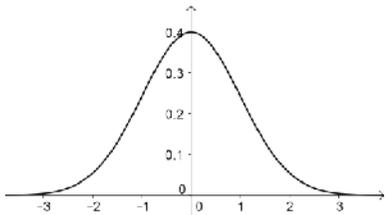
58. 0

## Solucionario: Matemática 4° medio

59. 0,47190, aproximadamente.

Distribución normal estándar  
Páginas 66-67

60.



- 61. 0,0009, aproximadamente.
- 62. 0,21186, aproximadamente.
- 63. 0,51197, aproximadamente.
- 64. 0,95543, aproximadamente.
- 65. 0,99585, aproximadamente.
- 66. 0,9991, aproximadamente.
- 67. 0,99889, aproximadamente.
- 68. 0,93319, aproximadamente.
- 69. 0,42465, aproximadamente.
- 70. 0,14007, aproximadamente.
- 71. 0,02275, aproximadamente.
- 72. 0,00064, aproximadamente.
- 73. 0,05325, aproximadamente.
- 74. 0,78912, aproximadamente.
- 75. 0,06974, aproximadamente.
- 76. 0,29389, aproximadamente.
- 77. 0,98758, aproximadamente.
- 78. 0,36608, aproximadamente.
- 79. 0,00093, aproximadamente.
- 80. 0,49813, aproximadamente.
- 81. 0,01604, aproximadamente.
- 82. 0,9973, aproximadamente.
- 83. 0,7823, aproximadamente.
- 84. 0,4721, aproximadamente.
- 85. 0,18943, aproximadamente.
- 86. 0,89065, aproximadamente.
- 87. -2,03, aproximadamente.
- 88. -1,4, aproximadamente.
- 89. 0,61, aproximadamente.
- 90. 0,01, aproximadamente.
- 91. 2,33, aproximadamente.
- 92. 0,9, aproximadamente.
- 93. -1,61, aproximadamente.
- 94. 1,33, aproximadamente.
- 95. 3,121, aproximadamente.
- 96. -1,35, aproximadamente.

## Solucionario: Matemática 4° medio

97.  $P(X > 1,5) > P(X > 2)$
98.  $P(X < -1,5) > P(X < -2)$
99.  $P(X > 1) > P(X < -1,3)$
100.  $P(X > 3) = P(X < -3)$
101.  $P(X > -2,4) > P(X < -1,4)$
102.  $P(X < 0) > P(X < -0,1)$
103.  $P(X < 0) = P(X > 0)$
104.  $P(X > 1,5) > P(X > 2)$
105.  $P(X > -2,7) > P(X < -2,7)$
106.  $Z = (x - 32)/2$
107.  $Z = (x - 41)/3$
108.  $Z = (x - 13)/0,5$
109.  $Z = x - 12$
110.  $Z = (x - 2)/0,2$
111.  $Z = (x - 5)/0,4$
112.  $Z = (x - 100)/6$
113.  $Z = (x - 120)/10$
114. 0,99617, aproximadamente.
115. 0,36944, aproximadamente.
116. 0,04644, aproximadamente.
117. 0,98885, aproximadamente.
118. 0,01606, aproximadamente.
119. 0,84269, aproximadamente.
120. 0,99865, aproximadamente.
121. 0,15866, aproximadamente.
122. 0,9545, aproximadamente.
123. 0,86175, aproximadamente.
124. 0,62685, aproximadamente.
125. 0,16284, aproximadamente.
126. 0,95053, aproximadamente.
127. 0,99744, aproximadamente.
128. 0,57571, aproximadamente.
129. 0,77337, aproximadamente.
130. 0,64617, aproximadamente.
131. 0,19591, aproximadamente.
132. 1
133. 0,98610, aproximadamente.
134. 0,80541, aproximadamente.
135. 39,25, aproximadamente.
136. 33,78, aproximadamente.
137. 13,09, aproximadamente.
138. 14,8, aproximadamente.
139. 100
140. 88,65, aproximadamente.
141. 4,83, aproximadamente.
142. 4,949, aproximadamente.

## Solucionario: Matemática 4° medio

- 143. X
- 144. X
- 145. Z
- 146. X y Z

Aplicaciones de la distribución normal estándar  
Páginas 68-69

- 147. 0,66871, aproximadamente.
- 148. 6,33 litros, aproximadamente.
- 149. 90,89%, aproximadamente.
- 150. 0,25249, aproximadamente.
- 151. 0,26112, aproximadamente.
- 152. 157,9 kg, aproximadamente.
- 153.  $\mu = 1,02$  y  $\sigma = 0,02$ , aproximadamente.
- 154. 0
- 155. 0,15866, aproximadamente.
- 156. 2,28%, aproximadamente.
- 157. 0,00058, aproximadamente.
- 158. 4,001%, aproximadamente.
- 159. 25, aproximadamente.
- 160. 0,19568, aproximadamente.
- 161. 7,66%, aproximadamente.
- 162. 0,43229, aproximadamente.
- 163. 0,17425, aproximadamente.
- 164. 10,57%, aproximadamente.
- 165. 26,22%, aproximadamente.
- 166. 0,12264, aproximadamente.
- 167. 0,04006, aproximadamente.
- 168. 0,02275, aproximadamente.
- 169. 0,73331, aproximadamente.
- 170. 0,10565, aproximadamente.
- 171. 0,22663, aproximadamente.
- 172. 0,29017, aproximadamente.
- 173. En el cuarto medio A las notas se encuentran más dispersas. Esto se puede concluir comparando las desviaciones estándar o las gráficas correspondientes.
- 174. En el cuarto medio B.
- 175. 0,34026, aproximadamente.
- 176. 0,00159, aproximadamente.
- 177. 0,29863, aproximadamente.
- 178. 6,68%, aproximadamente.
- 179. 15,87%, aproximadamente.
- 180. 0,38292, aproximadamente.
- 181. 0,73401, aproximadamente.
- 182. 0,46803, aproximadamente.
- 183. 0,10565, aproximadamente.
- 184. 0,60096, aproximadamente.

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Aproximación de una binominal Páginas 70 -71

185.  $n$  debe ser lo suficientemente grande. Además para que esta aproximación sea aceptable debe cumplirse que  $np > 5$  y  $n(1 - p) > 5$ .

186.  $\mu = np$ ;  $\sigma = \sqrt{np(1 - p)}$ .

187. Es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

188. No es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

189. Es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

190. No es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

191. Es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

192. Es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

193. Es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

194. No es aceptable aproximar la distribución binomial por una normal.

195. 0,79307, aproximadamente.

196. 0,70704, aproximadamente.

197. 0,98756, aproximadamente.

198. 0,11852, aproximadamente.

199. 0,43293, aproximadamente.

200. 0,23376, aproximadamente.

201. 0,79678, aproximadamente.

202. 0,75151, aproximadamente.

203. 0,2933, aproximadamente.

204. 0,5

205. 0,25941, aproximadamente.

206. 0,33341, aproximadamente.

207. 0,89094, aproximadamente.

208. 0,89094, aproximadamente.

209. 0,089, aproximadamente.

210. 0,02006, aproximadamente.

211. 0,65725, aproximadamente.

212. 1

213. 0,96599, aproximadamente.

214. 0,02063, aproximadamente.

215. 0,00054, aproximadamente.

216. 0,5

217. 0,5

218. 0,00234, aproximadamente.

219. 0,5

220. 0,9989, aproximadamente.

221. 0,00001, aproximadamente.

222. 0,13748, aproximadamente.

223. 0,13748, aproximadamente.

224. 0,96132, aproximadamente.

225. 0,72752, aproximadamente.

226. 0

227. 0,3502, aproximadamente.

# Solucionario: Matemática 4° medio

228. 0,5

229. Distribución binomial.  $\text{Rec}(X) = \{0, 1, 2, 3\}$

$P(x = 0) = 0,125$

$P(1) = 0,375$

$P(2) = 0,375$

$P(3) = 0,125$

230. No, porque n es muy pequeño.

Distribución de medias muestrales

Páginas 71 - 72

231. 166,25

232.

{165,163}

{165,170}

{165,167}

{163,170}

{163,167}

{170,167}

{165,165}

{163,163}

{170,170}

{167,167}

233.

164

167,5

166

166,5

165

168,5

165

163

170

167

234. 166,25

235. Igual

236.

{165,165,165} {165,165,163} {165,165,170} {165,165,167} {165,163,163}

{165,163,170} {165,163,167} {165,170,170} {165,170,167} {165,167,167}

{163,163,163} {163,163,170} {163,163,167} {163,170,170} {163,170,167}

{163,167,167} {170,170,170} {170,170,167} {170,167,167} {167,167,167}

237.

165

$164, \bar{3}$

$166, \bar{6}$

$165, \bar{6}$

$163, \bar{6}$

166

165

$168, \bar{3}$

$167, \bar{3}$

$166, \bar{3}$

163

$165, \bar{3}$

$164, \bar{3}$

$167, \bar{6}$

$166, \bar{6}$

$165, \bar{6}$

170

169

168

167

238. 166,25

239. Igual

240. 3,5

241. 56 muestras.

242. Se obtendrán distintas muestras cada vez que se realice el experimento.

243.

$2, \bar{6}$

$3, \bar{6}$

$4, \bar{3}$

$4, \bar{6}$

4

$3, \bar{3}$

5

$2, \bar{3}$

$4, \bar{6}$

$2, \bar{6}$

$3, \bar{3}$

$2, \bar{6}$

$2, \bar{3}$

$2, \bar{3}$

$5, \bar{3}$

$3, \bar{3}$

$4, \bar{3}$

$3, \bar{6}$

$1, \bar{3}$

$3, \bar{6}$

244. 3,48

245. Ambas medias están muy próximas, pero no son iguales. Esto se debe a que el tamaño de la muestra es muy pequeño.

Página 72

246. 126 muestras.

247. Se obtendrán distintos resultados cada vez que se realice este experimento.

248.

3,75

3,75

3,75

3,5

2,5

4,25

3,75

3,5

4,75

2,5

4,25

3,75

4,5

2,5

3,75

3,25

2,75

3,5

4,25

4,25

249. 3,6375

250. Ambas medias están muy próximas, pero no son iguales. Esto se debe a que el tamaño de la muestra es muy pequeño.

# Solucionario: Matemática 4° medio

251. 5,7

252. 15 muestras

6,3;6,3	6,3;4,9	6,3;5,4	6,3;6,1	6,3;5,8
4,9;4,9	4,9;5,4	4,9;6,1	4,9;5,8	5,4;5,4
5,4;6,1	5,4;5,8	6,1;6,1	6,1;5,8	5,8;5,8

253.

6,3	5,6	5,85	6,2	6,05
4,9	5,15	5,5	5,35	5,4
5,75	5,6	6,1	5,95	5,8

254. 5,7

255. Igual

256. Con 20 muestras se tiene una distribución de medias aceptable porque la media de esta distribución es igual a la media de las 5 notas. Un ejemplo posible es el siguiente:

Muestra				Media
6,1	6,1	6,3	6,3	6,2
5,8	5,4	6,1	5,4	5,7
5,8	6,1	5,8	4,9	5,7
6,3	5,8	4,9	4,9	5,5
4,9	6,1	6,1	5,8	5,7
4,9	6,3	5,8	6,3	5,8
5,8	6,1	4,9	6,1	5,7
6,3	6,1	6,3	6,3	6,3
4,9	4,9	4,9	6,3	5,3
5,8	4,9	5,8	5,4	5,5
5,8	5,8	5,8	4,9	5,6
4,9	6,3	6,1	5,8	5,8
5,8	6,3	6,3	4,9	5,8
6,3	6,3	6,3	5,8	6,2
6,3	5,4	5,4	4,9	5,5
5,4	6,1	5,8	5,8	5,8
5,4	6,3	6,3	5,8	6,0
4,9	6,1	6,1	6,1	5,8
6,3	4,9	6,1	6,1	5,9
4,9	6,1	4,9	5,4	5,3
Media de la distribución de medias				5,7

257.  $\mu = 2,5$ ;  $\sigma = 1,29$

258.

1,1    1,2    1,3    1,4    2,2    2,3    2,4    3,3    3,4    4,4

259.  $\mu = 2,5$ ;  $\sigma = 0,912$

260. La media de las medias muestrales es igual a la media de la población y la desviación estándar es menor. Así, la distribución de medias se asemeja a la distribución normal.

## Solucionario: Matemática 4° medio

### Teorema del límite central

Páginas 72 - 73

261. Sí, porque el tamaño de la muestra es muy pequeño.

262. La media de las medias muestrales es igual a la media de la población y la desviación estándar es menor.

263.  $\mu = 90$ ;  $\sigma = 2,68$

264.  $\mu = 90$ ;  $\sigma = 1,54$

265.  $\mu = 34$ ;  $\sigma = 2,61$

266.  $\mu = 34$ ;  $\sigma = 1,71$

267.  $\mu = 12$ ;  $\sigma = 1,06$

268.  $\mu = 12$ ;  $\sigma = 0,75$

269.  $\mu = 0$ ;  $\sigma = 0,5$

270.  $\mu = 0$ ;  $\sigma = 0,33$

271.  $\mu = 24$ ;  $\sigma = 0,58$

272.  $\mu = 24$ ;  $\sigma = 0,41$

273.  $\mu = 345.102$ ;  $\sigma = 1.184$

274.  $\mu = 345.102$ ;  $\sigma = 683$

275.  $\mu = 15,3$ ;  $\sigma = 0,94$

276.  $\mu = 15,3$ ;  $\sigma = 0,54$

277.  $\mu = 3,01$ ;  $\sigma = 0,3$

278.  $\mu = 3,01$ ;  $\sigma = 0,06$

279. Tiene distribución normal porque la población tiene distribución normal.

280. 0,43382, aproximadamente.

281. 0,89982, aproximadamente.

### Estimación puntual

Página 73

282. \$ 295,5

283. 34,3 minutos.

284. 5,4

### Intervalos de confianza para la media de la población

Páginas 74-75

285. [716,75; 723,25]

286. [716,12; 723,88]

287. [715,41; 724,59]

288. [70,01; 71,93]

289. [69,8; 72,2]

290. [68,98; 73,02]

291. [3.269.600; 3.630.400]

292. [3.194.800; 3.705.200]

293. [3.350.439; 3.549.561]

294. [314,56; 335,44]

295. [312,53; 337,47]

296. [301,78; 348,22]

297. [625.007; 643.413]

298. [623.211; 645.209]

## Solucionario: Matemática 4° medio

299. [627.990; 640.430]

300. [10,91; 13,09]

301. [10,44; 13,56]

302. [10,93; 13,07]

303. [20 867; 26 213]

304. [20 115; 26 965]

305. [19 445; 27 635]

306. [2,11; 2,49]

307. [2,01; 2,59]

308. [2,08; 2,52]

309.  $38.416 \cdot \sigma^2 \leq n$

310.  $66.564 \cdot \sigma^2 \leq n$ , por lo tanto, el tamaño de la muestra también aumenta.

311. Se mantiene, porque el margen de error es el mismo.

312. [74.734; 89.186]

313. La amplitud es igual a 14.452, lo que corresponde a la diferencia entre los extremos del intervalo de confianza.

Evaluación tipo PSU

Páginas 76 - 79

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	C	B	D	B	D

9	10	11	12	13	14	15
C	E	A	D	A	D	C

16	17	18	19	20	21
A	C	D	A	D	B

22	23	24	25	26	27
B	C	A	C	E	E