Solucionario

Unidad 1

Evaluación diagnóstica
Página 11
1. 26,32 kg/m^2
2. Normal.
3. 48 kg
4. El mínimo es 53,465 kg y el máximo 72,221 kg.
5. 1,74 m

Conjuntos numéricos
Página 13

1. F	7. V	13. F	18. F
2. V	8. V	14. V	19. V
3. V	9. F	15. V	20. V
4. V	10. F	16. V	21. V
5. V	11. V	17. V	22. V
6. F	12. V		23. F

Conjuntos
Página 15
1. P = {1, 5, 7, 35}
2. F = {1, 3, 5, 7, 9, 11}
3. M = {7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63}
4. L = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29}
5. R = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12}
6. M = {x $\in$ N / x es divisor de 14}
7. Q = {x $\in$ N / x es número primo menor que 20}
8. O = {x $\in$ N / x es potencia de 2}
9. D = {x $\in$ N / x es número par menor que 22} o D = {x $\in$ N / x es múltiplo de 2 menor que 22}
10. N = {x $\in$ N / x es múltiplo de 7 menor o igual que 70 $\wedge$ x $\neq$ 63}
11. D = {x $\in$ N / x es potencia de 10}
12. A = {1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100} ; A = {x $\in$ N / x es divisor de 100}
13. B = {5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}; B = {x $\in$ N / x es múltiplo de 5 menor o igual que 50}
14. A $\cup$ B = {1, 2, 4, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 100}
    A $\cup$ B = {x $\in$ N / x es múltiplo de 5 menor o igual que 50 $\vee$ x es divisor de 100}
15. A $\cap$ B = {5, 10, 20, 25, 50}
    A $\cap$ B = {x $\in$ N / x es múltiplo de 5 menor o igual que 50 $\wedge$ x es divisor de 100}

Demostraciones matemáticas

Página 19

1. $f \geq 15$, siendo f el factor de protección solar.
2. $100 < ICAP \leq 200$, siendo ICAP el índice de calidad del aire por material particulado.
3. $64 \leq G \leq 110$, siendo G la cantidad de glucosa en la sangre medida en mg/dL.
4. V
5. F
6. F
7. V
8.

Todo número real elevado al cuadrado es mayor o igual a 0:

$(a - 1)^2 \geq 0$

Desarrollo de cuadrado de binomio:

$a^2 - 2a + 1 \geq 0$

Propiedad 1 (+ 2a):

$a^2 + 1 \geq 2a$

Propiedad 4 (: a):

$a + (1/a) \geq 2$

9.

Desarrollo de cuadrado de binomio:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Reordenando términos de la igualdad:

$(a + b)^2 - a^2 - b^2 = 2ab$

Agrupando e imponiendo que a y b son números positivos:

$(a + b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab \geq 0$

Por lo tanto:

$(a + b)^2 - (a^2 + b^2) \geq 0$

Propiedad 1 (+ $(a^2 + b^2)$):

$(a + b)^2 \geq a^2 + b^2$

Propiedad 4 (: (a + b)):

$a + b \geq (a^2 + b^2)/(a + b)$

10.

Todo número real elevado al cuadrado es mayor o igual a 0:

$(x - y)^2 \geq 0$

Desarrollo de cuadrado de binomio:

$x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$

Propiedad 1 (+ 4xy):

$x^2 + 2xy + y^2 \geq 4xy$

Factorización de trinomio:

$(x + y)^2 \geq 4xy$

Propiedad 4 (· xy):

$xy(x + y)^2 \geq 4x^2y^2$

Propiedad 7:

$\sqrt{xy}\,(x + y) \geq 2xy$

Propiedad 4 (: (x + y):

$\sqrt{xy} \geq 2xy/(x + y)$

11.

Todo número real elevado al cuadrado es mayor o igual a 0:

$(a - b)^2 \geq 0$

Desarrollo de cuadrado de binomio:

$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

Propiedad 1 (+ 2ab):

$a^2 + b^2 \geq 2ab$

Propiedad 4 (: ab):

$a/b + b/a \geq 2$

12.

Todo número real elevado al cuadrado es mayor o igual a 0:

$(a - b)^2 \geq 0$ $\quad$ $(b - c)^2 \geq 0$ $\quad$ $(a - c)^2 \geq 0$

Desarrollo de cuadrados de binomio:

$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$ $\quad$ $b^2 - 2bc + c^2 \geq 0$ $\quad$ $a^2 - 2ac + c^2 \geq 0$

Sumando los miembros de las tres desigualdades:

$a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + a^2 - 2ac + c^2 \geq 0$

Agrupando términos semejantes:

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac \geq 0$

Propiedad 1 (+ (2ab + 2bc + 2ac)):

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ac$

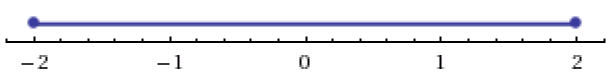
Propiedad 4 (: 2):

$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ac$

Intervalos

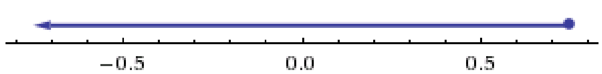
Página 21

1.



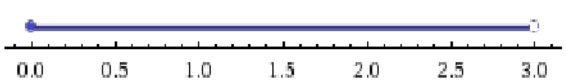
$\{x \in \mathbb{R} / -2 \leq x \leq 2\}$

2.



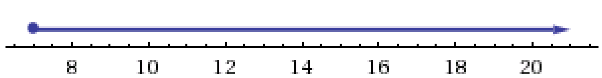
$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 3/4\}$

3.



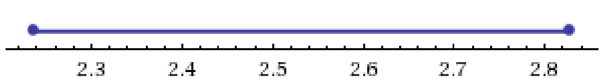
$\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x < 3\}$

4.



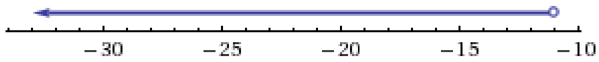
$\{x \in \mathbb{R} / 7 \leq x\}$

5.



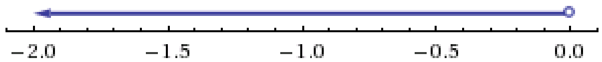
$\{x \in \mathbb{R} / \sqrt{5} \leq x \leq \sqrt{8}\}$

6.



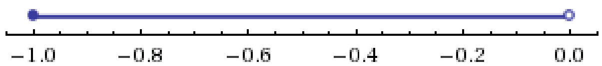
{x ∈ R / x < –11}

7.



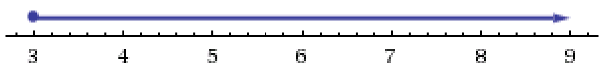
]–∞, 0[

8.



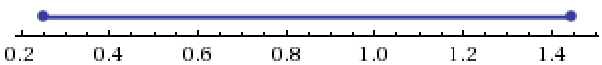
[–1, 0[

9.



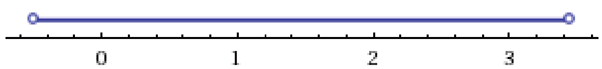
[3, +∞[

10.



[1/4, 13/9]

11.

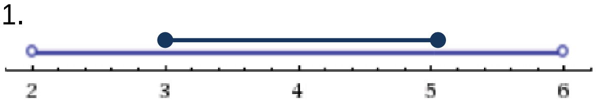


]–0,5; 3,45[

12. {x ∈ R / –1 < x ≤ 2}	]–1, 2]
13. {x ∈ R / –1 ≤ x ≤ 2}	[–1, 2]
14. {x ∈ R / x ≤ 2}	]–∞, 2]
15. {x ∈ R / 0 < x}	]0, +∞[
16. {x ∈ R / –5 < x < 2}	]–5, 2[
17. {x ∈ R / –2 < x ≤ 6}	]–2, 6]

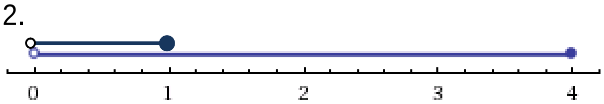
Unión e intersección de intervalos
Página 23

1.



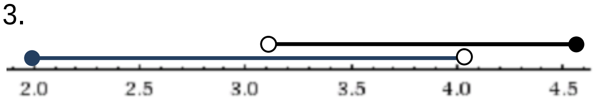
]2, 6[

2.



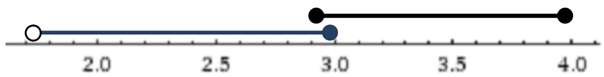
]0, 1]

3.



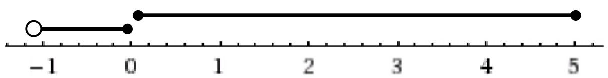
[2; 4,5]

4.



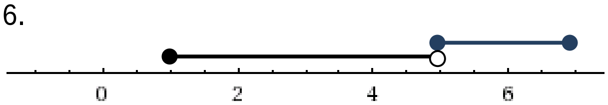
$]\sqrt{3}, \sqrt{16}]$

5.



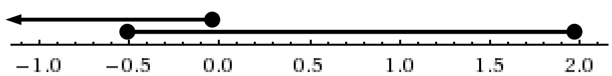
$\varnothing$

6.



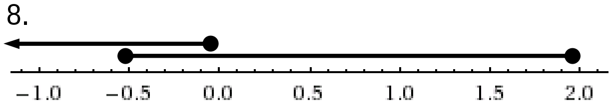
$\varnothing$

7.



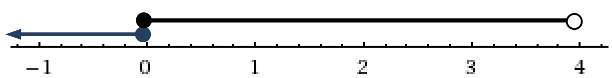
]–∞, 2]

8.



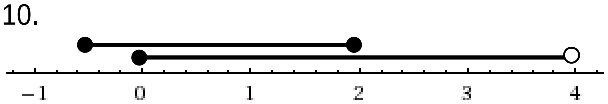
[–1/2, 0]

9.



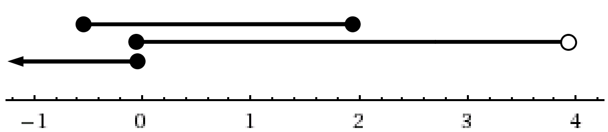
]–∞, 4[

10.



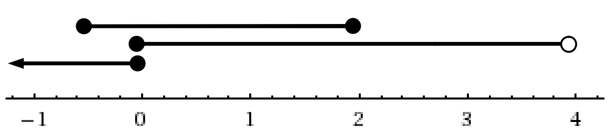
[0, 2]

11.



]–∞, 4[

12.



{0}

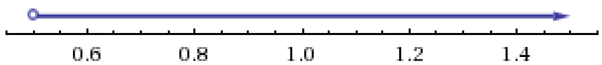
13.]–∞, 3] ∩]–1, +∞[
14.]–∞, –2[∪]1, +∞[
15. [–2, +∞] ∪ [1, +∞[
16. a = b
17. a < b
18. a > b

Evaluación de poroceso tipo PSU
Páginas 26 - 27

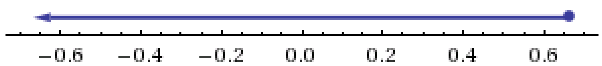
1	2	3	4	5	6	7	8
B	A	D	E	B	C	A	C

9	10	11	12	13	14	15
C	C	B	B	C	B	C

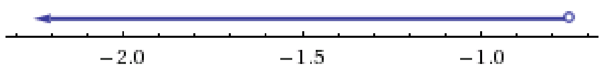
Inecuaciones lineales con una incógnita
Página 29

1.


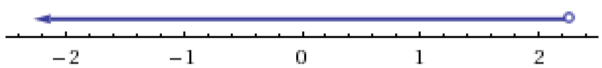
$\{x \in R / x > 1/2\}$

2.


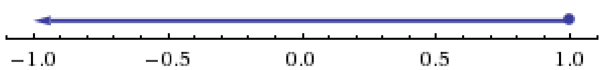
$\{y \in R / y \leq 2/3\}$

3.


$\{x \in R / x < -3/4\}$

4.


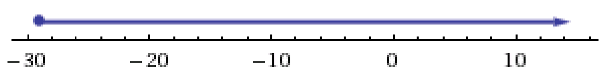
$\{z \in R / z < 120/53\}$

5.


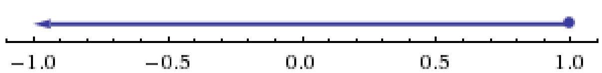
$\{y \in R / y \leq 1\}$

6.

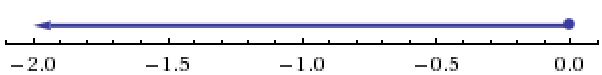

$\{x \in R / x > -9\}$

7.


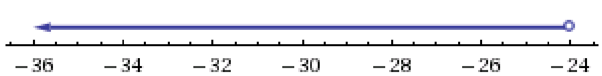
$\{z \in R / z \geq -29\}$

8.


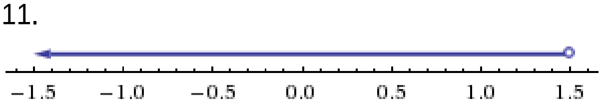
$\{y \in R / y \leq 1\}$

9.


$\{z \in R / z \leq 0\}$

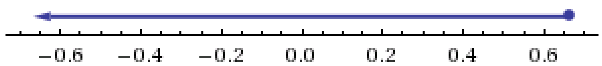
10.


$\{z \in R / z < -24\}$

11.


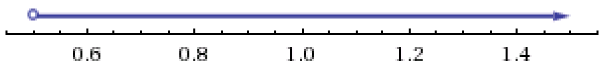
$\{y \in R / y < 3/2\}$

12.



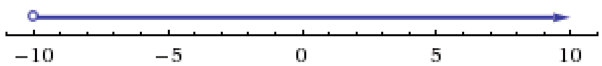
$\{y \in R \ / \ y \leq 2/3\}$

13.



$\{x \in R \ / \ x > 1/2\}$

14.



$\{x \in R \ / \ x > -10\}$

Son ecuaciones equivalentes las siguientes:
1 y 13
2 y 12
5 y 8

15. $\{x \in N \ / \ x < 8\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
16. $\{y \in Z \ / \ y \leq -12/7\} = \{\ldots -4, -3, -2\}$
17. $\{z \in Z \ / \ z > -5/2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$
18. $\{x \in Z^- \ / \ x \geq -1\} = \{-1\}$
19. Las operaciones entre intervalos debe dar como resultado el intervalo $]-\infty, 1[$.
20. Las operaciones entre intervalos debe dar como resultado el conjunto $\{1\}$.
21. Las operaciones entre intervalos debe dar como resultado el intervalo $]1, +\infty[$.

Planteamiento de inecuaciones lineales con una incógnita
Página 31

1. $3x - 11 > 10$	$x > 3$	Los números reales mayores que 7.
2. $x/4 + 7 \geq 2x$	$x \leq 4$	Los números menores o iguales que 4.
3. $x/5 > x/2 - 8$	$x < 80/3$	Son 25 números naturales.
4. $2x + 8.520 \leq 62.350$	$x \leq 26.915$	Claudia tiene a lo más $ 26.915.
5. $150x \leq 3.000 - 600 - 650$	$x \leq 35/3$	A lo más puede comprar 11 cebollas.
6. $7x \geq 658$	$x \geq 94$	Son 6 números.
7. $4 \cdot 25 + 12x \leq 130$	$x \leq 5/2$	Pudo haber recibido 2 cajas como máximo.
8. $ax + 3 > 4a - 6$		No hay tal valor.
9. $x + (x + 1) < 20$	$x < 19/2$	9 y 10, 8 y 9, 7 y 8, 6 y 7, 5 y 6, 4 y 5, 3 y 4, 2 y 3, 1 y 2.

Existencia y pertinencia de soluciones
Página 33

1. $T + 4 + T < 60$ $\qquad$ $T < 28$
Las edades máximas de Tamara y Daniela son 27 y 31 años, respectivamente.
2. $x + 4x > x/2 - 15$ $\qquad$ $x > -30/9$
Son 3 números enteros negativos.
3. $300.000 + x/6 < 375.000$ $\qquad$ $x < 450.000$
Vendió menos de $ 75.000.
4. $3x - 21 < 42$ $\qquad$ $x < 21$
El número es 1.
5. $2x + (2x + 2) < 60$ $\qquad$ $x < 29/2$
El número es 28.

6. $3(2x + 1) – 5 < 46$ $x < 8$
Los números son 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
7. $F + 3 + F < 15$ $F < 6$
Felipe puede tener 1, 3 o 5 años.
8. $2.800 + 70x \leq 3.800$ $x \leq 100/7$
Hasta 14 paquetes.
9. $x/2 + 2x/3 \leq 14$ $x \leq 12$
Los números son 12, 11 y 10.
10. $7.500 + 120x \leq 14.000$ $x \leq 325/6$
Puede hablar 54 minutos como máximo.

Sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita
Página 37
1. $[–3, 4[$
2. $]1, 5/3]$
3. $]1, +\infty[$
4. $\varnothing$
5. $[11/4, +\infty[$
6. $[9/2, +\infty[$
7. $\varnothing$
8. $[–1/2, +\infty[$
9. $\varnothing$
10. $]–\infty, –8/3[$
11. $] –1/2. 7/2[$
12. $\varnothing$
13. $\varnothing$
14. $\varnothing$
15. $]–\infty, –5]$
16. $\varnothing$
17. $]–4, –1]$
18. $[1, +\infty[$
19. $]–\infty, –62]$
20. $]0, +\infty[$
21. $a = –2$
22. $a = 2/7$
23. $]–8, 7[$
24. $[2, 5]$
25. $]–\infty, –21/4[\cup [–1/2, +\infty[$
26. $[3/5, 5]$
27. $]–4, 3[$

Planteamiento de sistemas de inecuaciones lineales con una incógnita
Página 39
1. $80 \text{ cm} \leq 6x \leq 100 \text{ cm}$ $40/3 \text{ cm} \leq x \leq 50/3 \text{ cm}$
2. $350 \text{ m} < 2 \cdot 45 + 2x \leq 400 \text{ m}$ $130 \text{ m} < x \leq 155 \text{ m}$
3. $4 \text{ cm} < x < 10 \text{ cm}$ $x = 5$ cm, 6 cm, 7 cm, 8 cm o 9 cm
4. $72 < 2x + (2x + 2) + (2x + 4) < 84$ $(2x + 2) = 26$

Existencia y pertinencia de soluciones

Página 41

1. $2/90 < T < 2/36$ — $1,\overline{3}$ min $< T < 3,\overline{3}$ min
2. 26 cm $< 14 + 2x < 50$ cm — 6 cm $< x < 18$ cm

Inecuaciones con valor absoluto

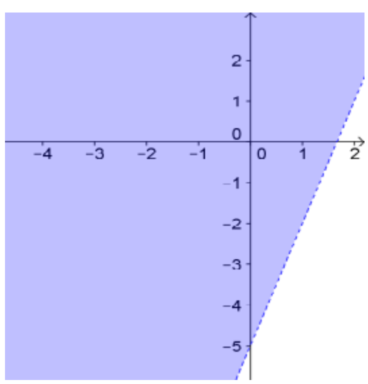
Página 43

1. $[2, 12]$
2. $]-\infty, -4/5] \cup [4, +\infty[$
3. $[-11, 3]$
4. $]-2, 4[$
5. $[0, 24]$
6. $]-\infty, -32/3[\cup]8/3, +\infty[$
7. $]-\infty, -6[\cup]2, +\infty[$
8. $[-4, 9]$
9. $[-8, 18]$
10. $]-\infty, -14/9] \cup [-4/9, +\infty[$
11. $[-37/3, 43/3]$
12. $]-\infty, -2[\cup]-2, +\infty[$
13. No corresponde. La solución correcta es $]-2, 3[$.
14. No corresponde. La solución correcta es $]-\infty, 1/4] \cup [3/4, +\infty[$.

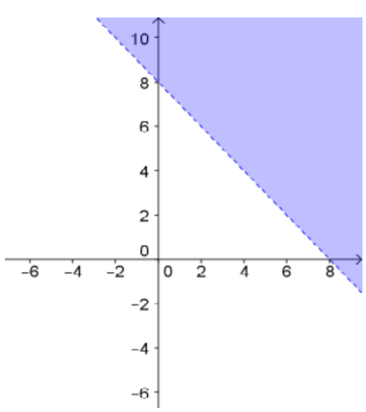
Inecuaciones lineales con dos incógnitas

Página 44

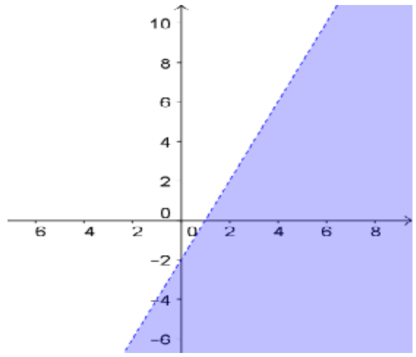
1.



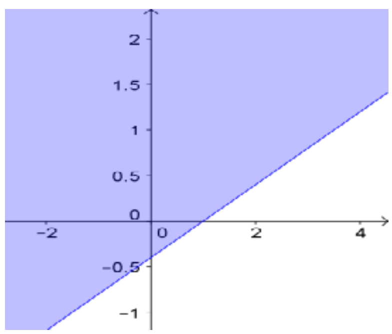
2.



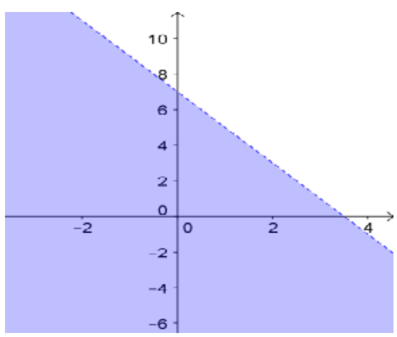
3.


10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
6
4
2
0
2
4
6
8

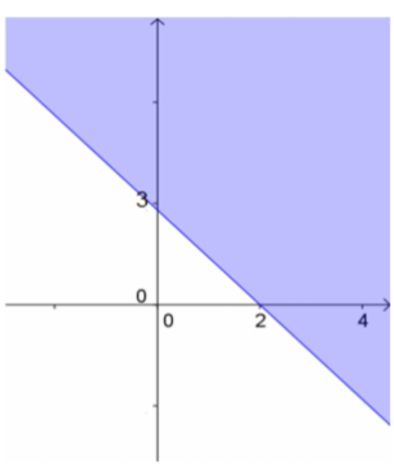
4.


2
1.5
1
0.5
0
-0.5
-1
-2
0
2
4

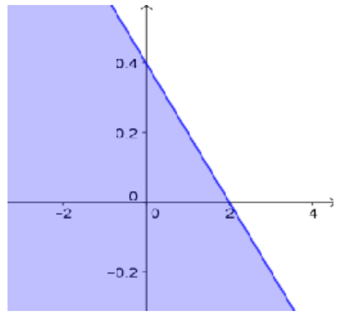
5.


10
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-2
0
2
4

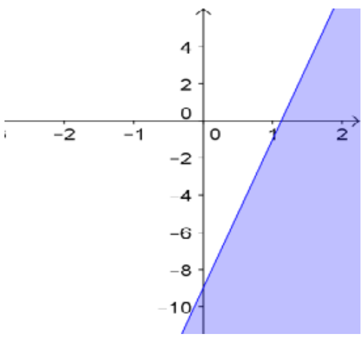
6.


3
0
0
2
4

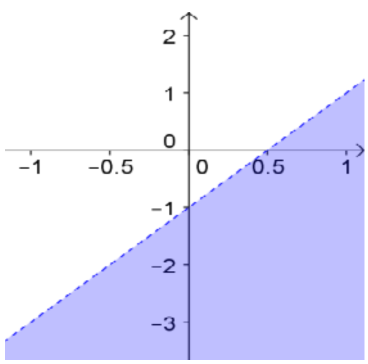
7.



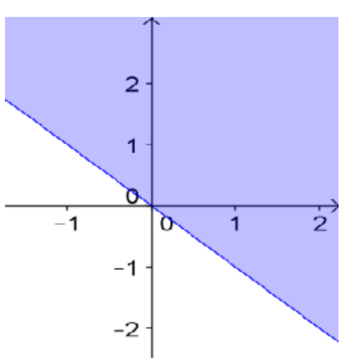
8.



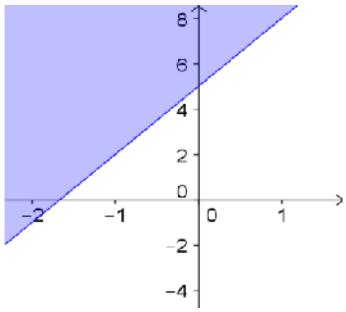
9.



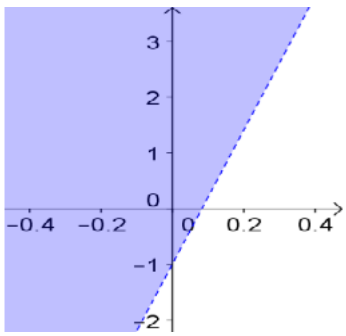
10.



11.

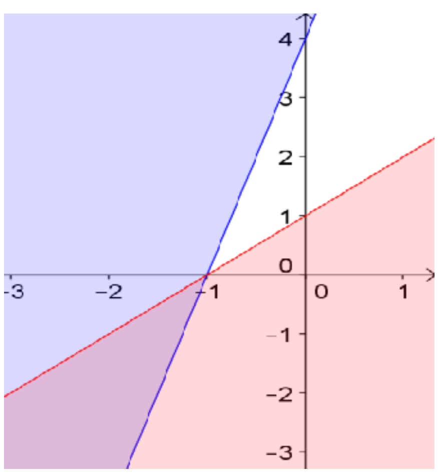


12

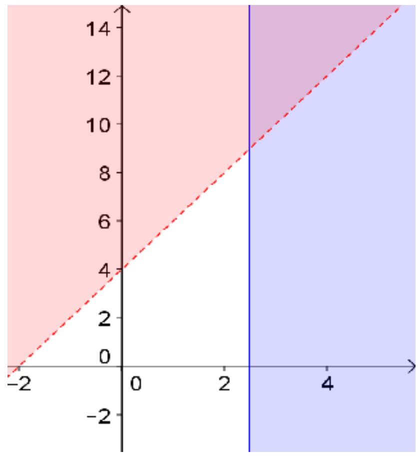


13. $3y \geq -2x + 12$
14. $y \leq x$
15. $4y \leq x - 8$
16. $y \geq x$

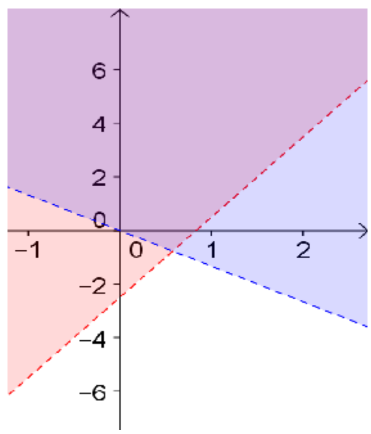
Inecuaciones lineales con dos incógnitas
Página 45
1.



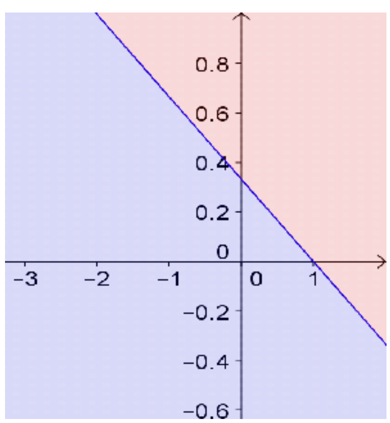
2.



3.



4.



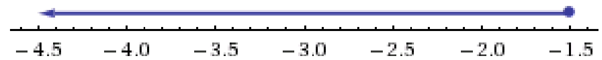
5. $-3x + 4y > 0$
$3x + 4y > 12$

6. $x + y \leq 1$
$-x + y \geq -1$

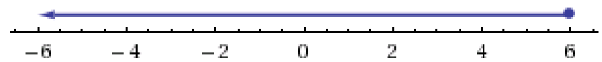
Uso de software
Página 46

1.
{x ∈ R / x > 70/11}]70/11, +∞[

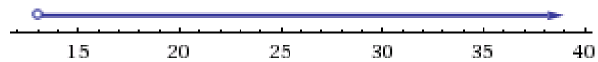
2.
{x ∈ R / x ≤ –3/2}]–∞, –3/2]



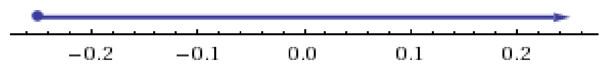
3.
{x ∈ R / x ≤ 6}]–∞, 6]



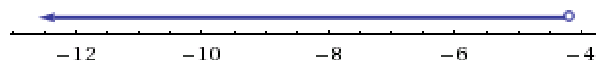
4.
{x ∈ R / x > 13}]13, +∞[



5.
{x ∈ R / x ≥ –1/4} [–1/4, +∞[

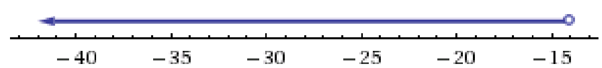


6.
{x ∈ R / x < –21/5}]–∞, –21/5[



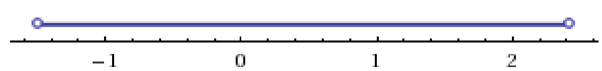
Uso de software
Página 47

1.
{x ∈ R / x < –14}]–∞, –14[



2.
∅

3.
{x ∈ R / –3/2 < x < 17/7}]–3/2, 17/7[



Páginas 52-56
Evaluación final tipo PSU

1	2	3	4	5	6	7	8
D	C	B	B	C	E	B	E

9	10	11	12	13	14	15
D	A	C	B	D	C	B

16	17	18	19	20	21	22
E	C	A	D	E	B	E

23	24	25	26	27
B	E	A	C	B

28	29	30	31	32	33
E	A Considerar el siguiente sistema $2x + y \geq 0$ $Y - x \geq 0$	E	C	D	A

Ejercicios de refuerzo y profundización
Página 57

1. Correcta.
2. Correcta.
3. No correcta.
4. Correcta.
5. No correcta.
6. No correcta.
7. Falsa.
8. Falsa.
9. Falsa.
10. Verdadera.
11. $\{x \in R \ / \ 12 < x < 100\}$
12. $\{x \in R \ / \ \sqrt[3]{8} \leq x \leq \sqrt{121}\} = \{x \in R \ / \ 2 \leq x \leq 11\}$
13. $\{x \in R \ / \ 15{,}91 \leq x < 124{,}7\}$
14. $\{x \in R \ / \ \log 1.000 \leq x < \log_3 243\} = \{x \in R \ / \ 3 \leq x < 5\}$
15. $]-3, 0]$
16. $[-5, 7]$
17. $]-3, 5[$
18. R
19. $20 \leq x \leq 50$ $\quad 74 \leq 4x - 6 \leq 194$ $\quad$ Entre 74 y 194.
20. $30 \leq P \leq 70$
21. El número mayor es $(u + 2) / (v - 1)$
22. $\{x \in R \ / \ x < 13\}$
23. $\{x \in R \ / \ x \leq -25\}$
24. $\{x \in R \ / \ 15{,}91 \leq x < 124{,}7\}$

25. $\{x \in R \ / \ x > -1\}$
26. $\varnothing$
27. $\{-2, -1\}$
28. Los números son 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 y 15.

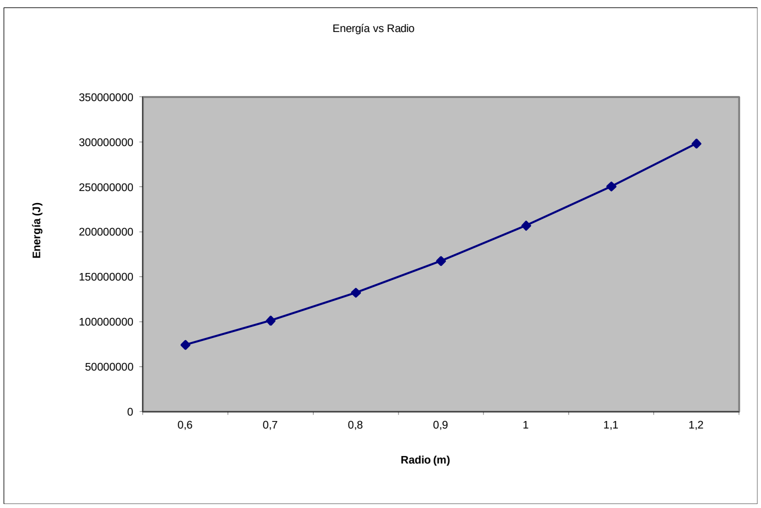
29. El largo debe medir como máximo 8 metros.
30. $\{x \in R \ / \ x \geq 7\}$
31. $\{x \in R \ / \ x < 1\}$
32. $\{x \in R \ / \ x > 27/2\}$
33. $\varnothing$
34. El mayor puede ser 13 o 14.
35. Puede comprar entre 3 y 5 CD.

Solucionario

Unidad 2

Evaluación diagnostica
Página 59
1. Aproximadamente 116.579.641 J.
2. Aproximadamente 176.594.012 J.
3. Aproximadamente 57.964.072 J.
4. Aproximadamente 262.304.1912 J.
5.

Radio (m)	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
Energía (J)	74.610.970	101.557.820	132.641.725	167.874.682	207.252.695	250.775.760	298.443.880



6. Aproximadamente $2 \cdot 10^{-10}$ m.

Concepto de función
Página 63
1. Es función.
2. No es función.
3.

x	–1	–0,5	1	2
f(x)	0	0,5	2	3

4.

x	–1	0	1	2
h(x)	2	1	2	5

5.

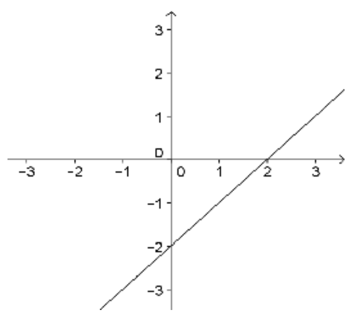
x	–1	–0,5	1	2
p(x)	3	2,5	1	0

6.

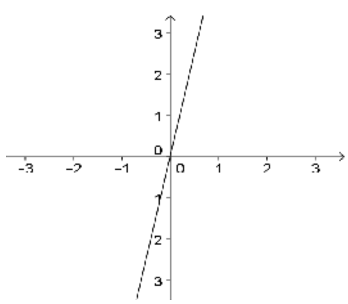
x	–1	–0,5	1	2
f(x)	1	0,5	1	2

7. Dom (h) = R – {0, 1} Rec(h) = R – {0}
8. Dom (g) =]1/2, +∞[Rec(g) = R^+
9. A(y) = 2y(1 – y)

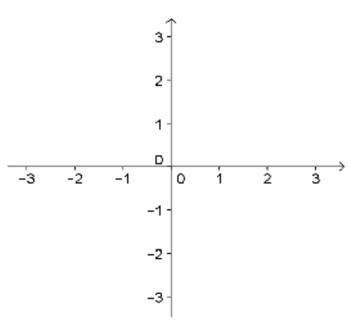
Funciones – Función afín
Página 65
1. 16
2. 10
3. $\sqrt{5}$
4. 1
5. 5
6. 3
7. 0
8. 7/29
9. f(x) = –x + 3
10. f(x) = 2
11. f(x) = –x
12. f(x) = x/2 + 1
13.



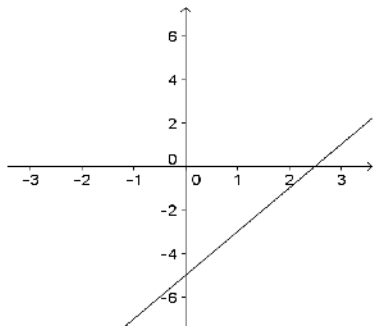
14.



15.



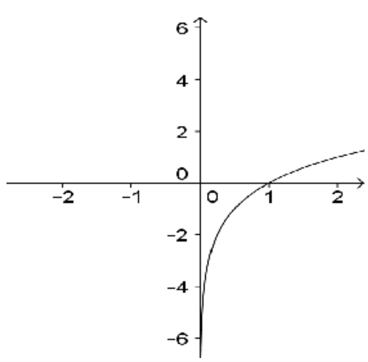
16.



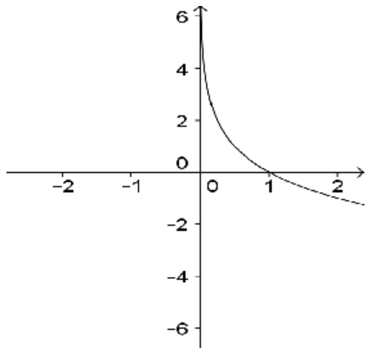
17. f(x) = 10x, con x: tiempo en horas y f(x): distancia recorrida por un móvil medida en kilómetros.

Funciones – Función exponencial
Página 66
1. h(–2) = 1/4; h(–1) = 1/2; h(0) = 1; h(1) = 2; h(2) = 4
2. g(–1) = 10; g(0) = 1; g(2) = 0,01; g(4) = 0,0001; g(5) = 0,00001
3. p(–3) = 27/8; p(–1) = 3/2; p(0) = 1; p(1) = 2/3; p(3) = 8/27
4. Verdadero, porque Rec(f) = R^+.
5. Falso, porque f(3) = 27.
6. Verdadero, porque e > 1.
7. Verdadero, porque f(5) = 1.024/243 ≈ 4,213... ∈ [4, 5[.
8. Falsa, porque h(0) = 1 y h(1) = 2 y, por lo tanto, h(0) es menor que h(1).
9. Verdadero, porque h(2) = 4.
10. Verdadero, porque h(0) = 1.
11. Verdadero, porque h(1) = 2 y h(2) = 4 y como h es creciente en todo su dominio, entonces, h(1) < 3 < h(2).
12. Falsa, porque el recorrido de la función exponencial son los números reales positivos.

Funciones – Función logarítmica
Página 67
1. f(4) = 2; f(32) = 5; f(0,5) = –1; f(1) = 0
2. g(25) = 2; g(125) = 3; g(0,2) = –1; g(1) = 0
3. h(0,5) = 1; h(0,25) = 2; h($\sqrt{2}$ /2) = 1/2; h(1) = 0
4. p(1/3) = 1; p(1/9) = 2; p(3) = –1; p(1) = 0
5.



6.



7. Aproximadamente 7,96 dinas/cm^2.

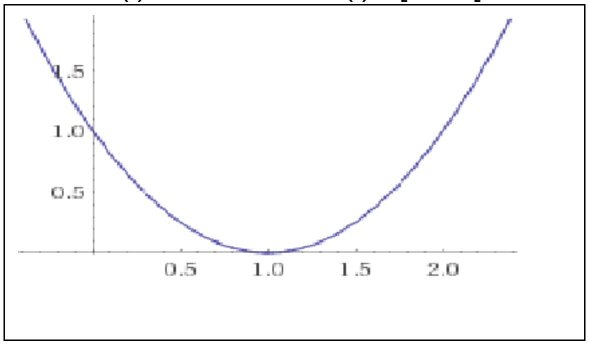
Funciones – Función raíz cuadrada
Página 68

1. f(0) = 0; f(2) = 2; f(8) = 4; f(10) = $2\sqrt{5}$
2. g(–1) = 1; g(0) = 2; g(1) = $\sqrt{7}$; f(4) = 4
3. h(2) = 0; h(6) = $2\sqrt{2}$; h(8) = $2\sqrt{3}$; h(10) = 4
4. j(0,2) = 2; j(1) = $2\sqrt{2}$; j(5) = $2\sqrt{7}$; j(5,8) = $4\sqrt{2}$
5. w(–2) = 2; w(–4) = $\sqrt{3}$; w(0) = $\sqrt{5}$; w(18) = $\sqrt{14}$
6. Verdadero.
7. Falso, la gráfica intersecta al eje Y en (0, $\sqrt{5}$).
8. Falso, Rec (h) = [0, +∞[.
9. Falso, h(3/5) = $2\sqrt{2}$.
10. Verdadero.

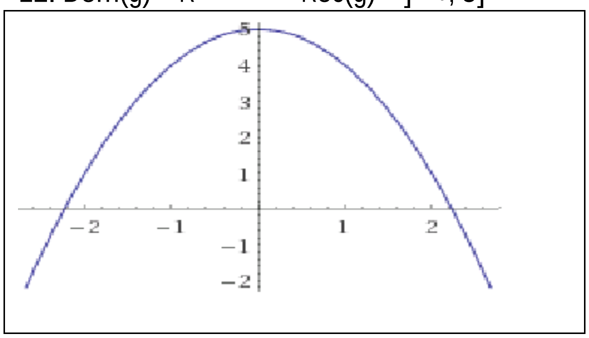
Funciones – Función cuadrática
Página 69

1. Los ceros de la función son –2 y –1.
2. Los ceros de la función son 7 y –6.
3. Los ceros de la función son (–3 + $\sqrt{29}$)/2 y (–3 – $\sqrt{29}$)/2.
4. Los ceros de la función son 0 y –9.
5. Los ceros de la función son 2 y 5.
6. Los ceros de la función son –4 – $\sqrt{14}$ y –4 + $\sqrt{14}$.
7. El vértice es (1, –1).
8. El vértice es (2/3, –1/3).
9. El vértice es (0, –40).
10. El vértice es (1/4, 3/4).

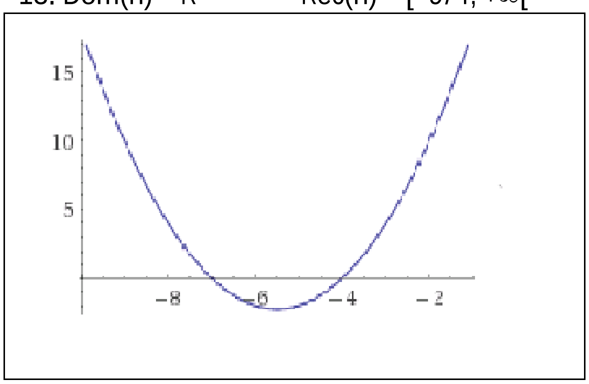
11. Dom(f) = R Rec(f) = [0, +∞[



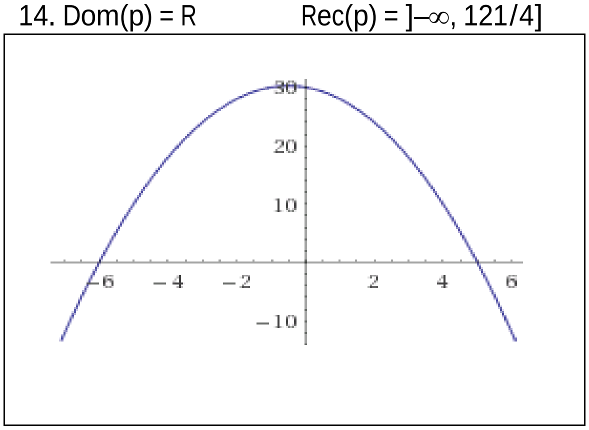
12. Dom(g) = R Rec(g) =]–∞, 5]



13. Dom(h) = R Rec(h) = [–9/4, +∞[

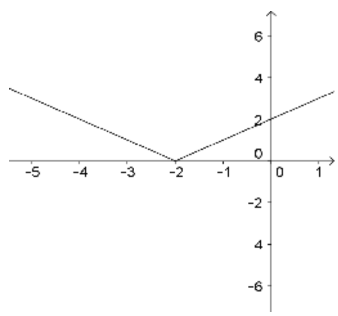


14. Dom(p) = R Rec(p) =]–∞, 121/4]

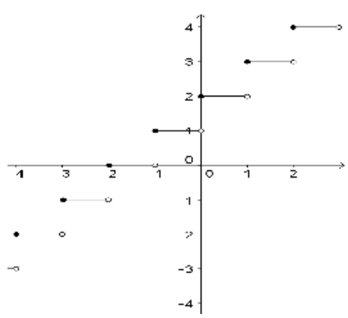


15. Por ejemplo, $f(x) = -x^2 + 8x - 15$; $g(x) = 2x^2 - 16x + 30$; $h(x) = -4x^2 + 32x - 60$.
16. Por ejemplo, $f(x) = -x^2 + 8x - 16$; $g(x) = 3x^2 - 24x + 48$; $h(x) = 10x^2 - 80x + 160$.

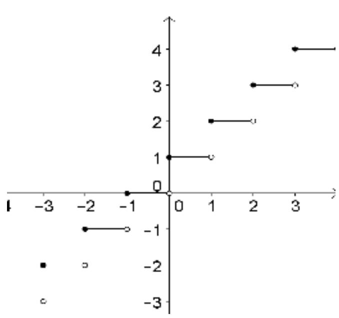
Funciones – Función por tramos / Función valor absoluto / Función parte entera
Página 71
1. 1/8
2. 0
3. –7
4. –9
5. –14
6. –35/4
7.



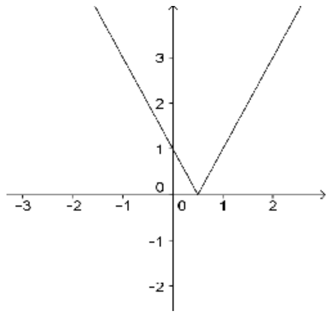
8.



9.



10.



11. Falsa.
12. Falsa.

Funciones – Composición de funciones
Página 73
1.

$(f \circ g)(x) = 4\sqrt{x} - 5$ Dom(f o g) = [0, +∞[Rec(f o g) = [–5, +∞[	$(g \circ f)(x) = \sqrt{4x-5}$ Dom(g o f) = [5/4, +∞[Rec(g o f) = [0, +∞[	(f o f)(x) = 16x – 25 Dom(f o f) = R Rec(f o f) = R	$(g \circ g)(x) = \sqrt[4]{x}$ Dom(g o g) = [0, +∞[Rec(g o g) = [0, +∞[

2.

$(f \circ g)(x) = 12x^2 - 14x + 4$ Dom(f o g) = R Rec(f o g) = [–1/12, +∞[	$(g \circ f)(x) = 6x^2 - 2x - 1$ Dom(g o f) = R Rec(g o f) = [–7/6, +∞[	$(f \circ f)(x) = 27x^4 - 18x^2 + x$ Dom(f o f) = R Rec(f o f) = [~–3,6, +∞[	(g o g)(x) = 4x – 3 Dom(g o g) = R Rec(g o g) = R

3.

$(f \circ g)(x) = \log(x^3 - 1)$ Dom(f o g) =]1, +∞[Rec(f o g) = R	$(g \circ f)(x) = \log^3 x - 1$ Dom(g o f) =]0, +∞[Rec(g o f) = R	(f o f)(x) = log (log x) Dom(f o f) =]1, +∞[Rec(f o f) = R	$(g \circ g)(x) = (x^3 - 1)^3 - 1$ Dom(g o g) = R Rec(g o g) = R

4.

$(f \circ g)(x) = \sqrt{\dfrac{1}{\log(\sqrt{x+1}-1)}}$ Dom(f o g) =]3, +∞[Rec(f o g) = [~0,137867, ~64.480,8]	$(g \circ f)(x) = \sqrt{\dfrac{1}{\log(x-1)}+1}$ Dom(g o f) =]1,11/10] ∪]2, +∞[Rec(g o f) = [0, 1[∪]1, +∞[	$(f \circ f)(x) = \dfrac{1}{\log\left(\dfrac{1}{\log(x-1)}-1\right)}$ Dom(f o f) =]2, 1 + $\sqrt{10}$ [∪]1 + $\sqrt{10}$, 11[Rec(f o f) = R – {0}	$(g \circ g)(x) = \sqrt{\sqrt{x+1}+1}$ Dom(g o g) = [–1, + ∞[Rec(g o g) = [1, + ∞[

5.

$(f \circ g)(x) = 1/(x^2 + 2x)$ Dom(f o g) = R – {–2, 0} Rec(f o g) =]–∞, –1] ∪]0, +∞[	$(g \circ f)(x) = [1/(x^2 - 1)] + 1$ Dom(g o f) = R – {–1, 1} Rec(g o f) =]–∞, 0] ∪]1, +∞[	(f o f)(x) = $(x^2 - 1)^2 / [1 - (x^2 - 1)^2]$ Dom(f o f) = R – {$\pm\sqrt{2}$, ±1} Rec(f o f) =]–∞, –1[∪ [0, +∞[	(g o g)(x) = x + 2 Dom(g o g) = R Rec(g o g) = R

6.

$(f \circ g)(x) = 1/(2 - x)$ $Dom(f \circ g) = R - \{2\}$ $Rec(f \circ g) = R - \{0\}$	$(g \circ f)(x) = x/(x + 1)$ $Dom(g \circ f) = R - \{-1\}$ $Rec(g \circ f) = R - \{1\}$	$(f \circ f)(x) = (x + 1)/(x + 2)$ $Dom(f \circ f) = R - \{-2, -1, 0\}$ $Rec(f \circ f) = R - \{0, 1/2, 1\}$	$(g \circ g)(x) = x$ $Dom(g \circ g) = R$ $Rec(g \circ g) = R$

7.

$(f \circ g)(x) = 2/(x^2 + 10x + 26)$ $Dom(f \circ g) = R$ $Rec(f \circ g) =]0, 2]$	$(g \circ f)(x) = (5x^2 + 7)/(x^2 + 1)$ $Dom(g \circ f) = R$ $Rec(g \circ f) =]5, 7]$	$(f \circ f)(x) = 2(x^2 + 1)^2/(x^4 + 2x^2 + 5)$ $Dom(f \circ f) = R$ $Rec(f \circ f) = [2/5, 2[$	$(g \circ g)(x) = x + 10$ $Dom(g \circ g) = R$ $Rec(g \circ g) = R$

8.

$(f \circ g)(x) = (5x - 26) \cdot \sqrt{x-5}$ $Dom(f \circ g) = [5, +\infty[$ $Rec(f \circ g) = [-2/3\sqrt{15}, +\infty[$	$(g \circ f)(x) = \sqrt{5x^3 - x - 5}$ $Dom(g \circ f) = [\sim 1{,}07, +\infty[$ $Rec(g \circ f) = [0, +\infty[$	$(f \circ f)(x) = 5(5x^3 - x)^3 - 5x^3 + x$ $Dom(f \circ f) = R$ $Rec(f \circ f) = R$	$(g \circ g)(x) = \sqrt{\sqrt{x-5} - 5}$ $Dom(g \circ g) = [30, +\infty[$ $Rec(g \circ g) = [0, +\infty[$

9. $(f \circ g \circ h)(x) = 1/(x^2 + 2)^3$; $Dom(f \circ g \circ h) = R$; $Rec(f \circ g \circ h) =]0, 1/8]$
10. $(f \circ g \circ h)(x) = 3 + (2/\sqrt{x})$; $Dom(f \circ g \circ h) =]0, +\infty[$; $Rec(f \circ g \circ h) =]3, +\infty[$
11. $(f \circ g \circ h)(x) = [\log(5x - 5)]^2$; $Dom(f \circ g \circ h) =]1, +\infty[$; $Rec(f \circ g \circ h) = [0, +\infty[$
12. $(f \circ g \circ h)(x) = 2[\ln (3/5 \cdot \sqrt{x-5} - 5)]^3$; $Dom(f \circ g \circ h) =]670/9, +\infty[$; $Rec(f \circ g \circ h) = R$
13. $(f \circ g \circ h)(x) = 3/4 \cdot \sqrt{x+1}$; $Dom(f \circ g \circ h) = [-1, +\infty[$; $Rec(f \circ g \circ h) = [0, +\infty[$
14. $(g \circ f)(x)$
15. $(g \circ g)(x)$
16. $(g \circ h)(x)$

Función potencia – Función portancia con exponente par
Página 77
1. $f(-2) = 1{,}2$; $f(-1) = 0{,}3$; $f(0) = 0$; $f(1) = 0{,}3$; $f(2) = 1{,}2$
2. $g(-2) = 3{,}2$; $g(-1) = 0{,}8$; $g(0) = 0$; $g(1) = 0{,}8$; $g(2) = 3{,}2$
3. $g(-2) = 128$; $g(-1) = 2$; $g(0) = 0$; $g(1) = 2$; $g(2) = 128$
4. $h(-2) = 48$; $h(-1) = 3$; $h(0) = 0$; $h(1) = 3$; $h(2) = 48$

Al comparar la imagen de un número con la de su inverso aditivo, se constata que son iguales.

5. La función g es par, porque $g(-x) = 0{,}1(-x)^4 = 0{,}1x^4 = g(x)$.
6. La función h es par, porque $h(-x) = 5(-x)^8 = 5x^8 = h(x)$.

Función potencia – Función portancia con exponente impar
Página 79
1. $f(-2) = -2{,}4$; $f(-1) = -0{,}3$; $f(0) = 0$; $f(1) = 0{,}3$; $f(2) = 2{,}4$
2. $g(-2) = -16$; $g(-1) = -2$; $g(0) = 0$; $g(1) = 2$; $g(2) = 16$

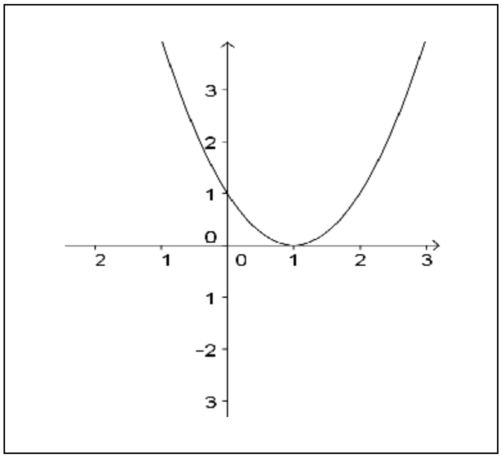
Al comparar la imagen de un número con la de su inverso aditivo, se constata que una es la inversa aditiva de la otra.

3. h(x) es impar porque $h(-x) = 0{,}6(-x)^3 = -0{,}6x^3 = -h(x)$.
4. f(x) es impar porque $f(-x) = 3(-x)^9 = -3x^9 = -f(x)$.

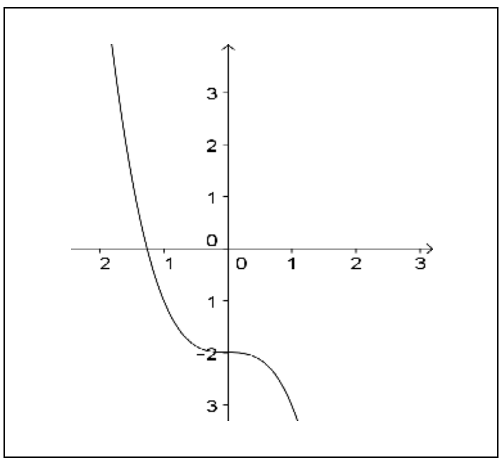
Desplazamiento del gráfico de la función potencia

Página 83

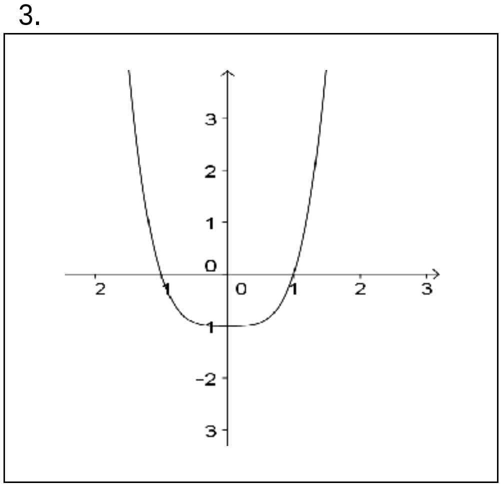
1.



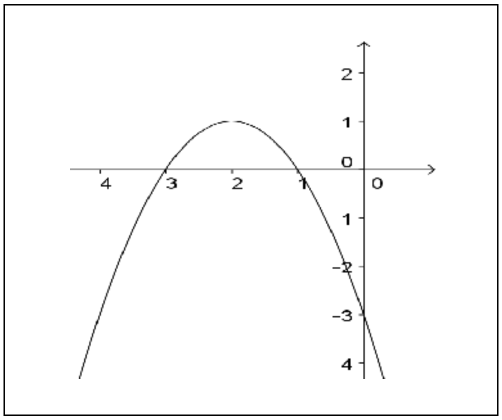
2.



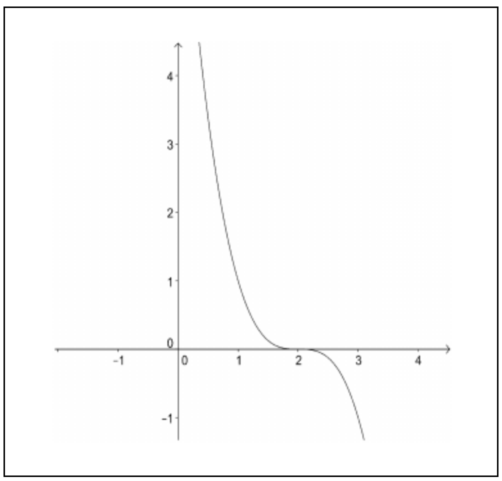
3.



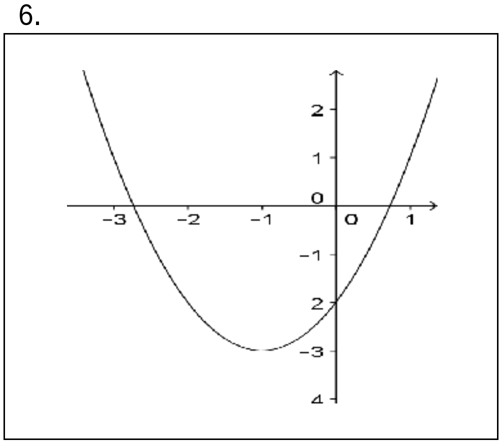
4.



5.



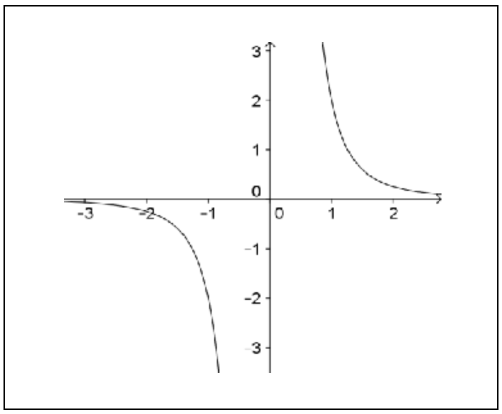
6.



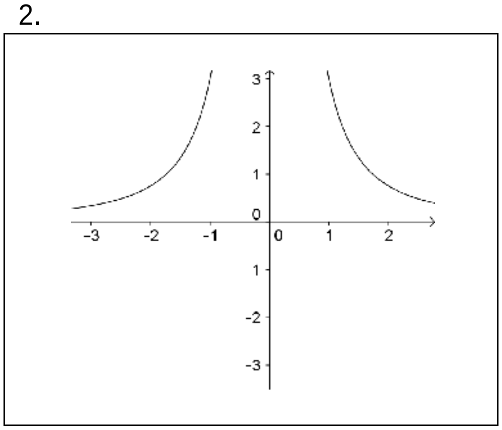
7. Vértice: (5, 0)
8. Centro de simetría: (0, 2)
9. Vértice: (0, –1)
10. Vértice: (0, 0)
11. Centro de simetría: (–2, –5)
12. Centro de simetría: (0; –2,3)
13. Centro de simetría: (0, 0)
14. Centro de simetría: (0, –6)

15. Vértice: (2, 1)
16. Vértice: (–12, –1)
17. $f(x) = (x – 1)^2 – 1$
18. $g(x) = –(x – 1)^3 + 2$
19. $h(x) = (x + 1)^3 + 1$
20. $p(x) = –(x – 1)^2 + 1$

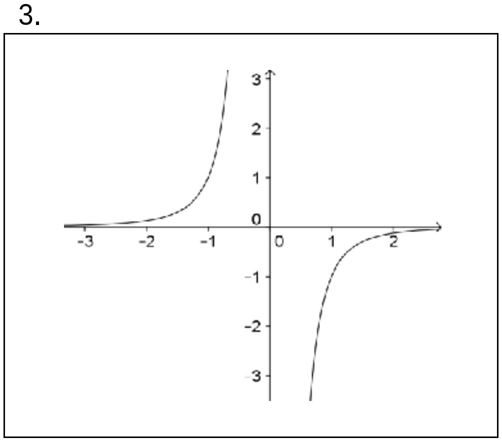
Casos especiales
Página 85
1.



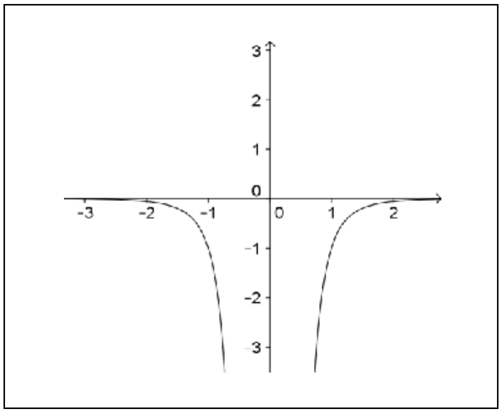
2.



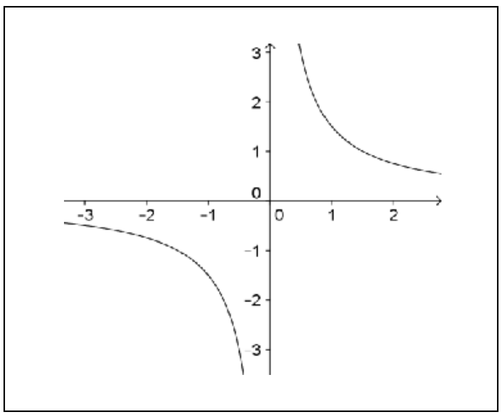
3.



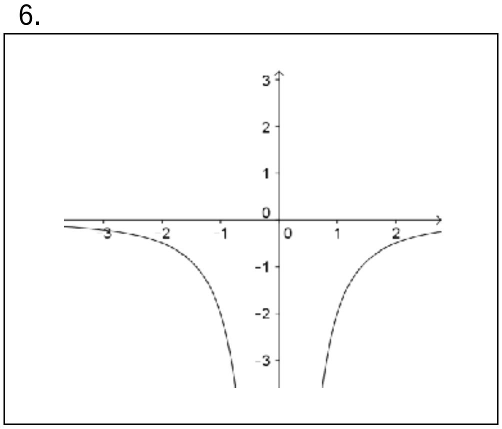
4.



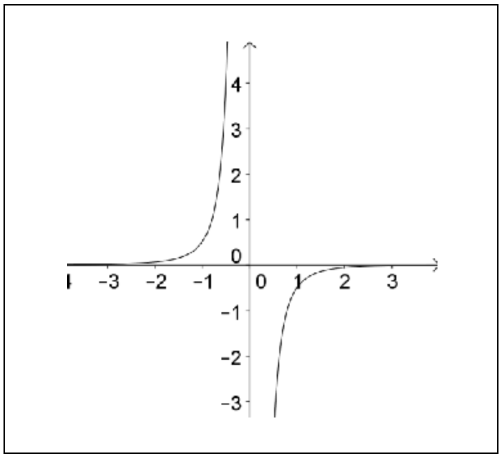
5.



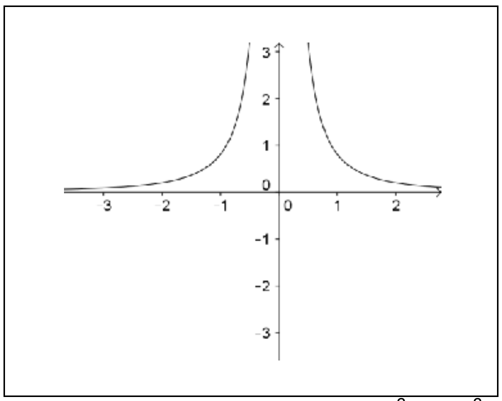
6.



7.



8.

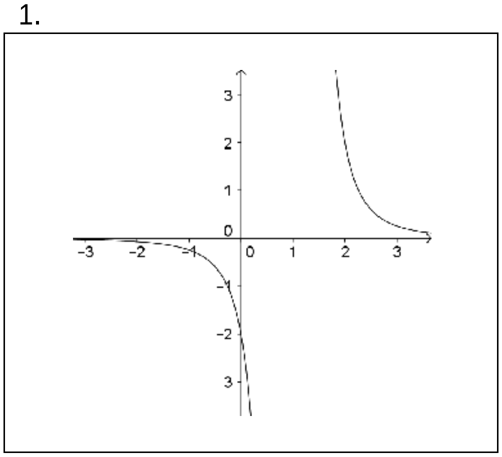


9. f(x) es par, pues $f(-x) = 3/(-x)^2 = 3/x^2 = f(x)$.
10. g(x) es impar, pues $g(-x) = 5/(-x)^5 = -5/x^5 = -g(x)$.
11. h(x) es impar, pues $h(-x) = 5(-x)^{-2n+1} = -5x^{-2n+1} = -h(x)$.
12. p(x) es par, pues $p(-x) = 7(-x)^{-6n} = 7x^{-6n} = p(x)$.

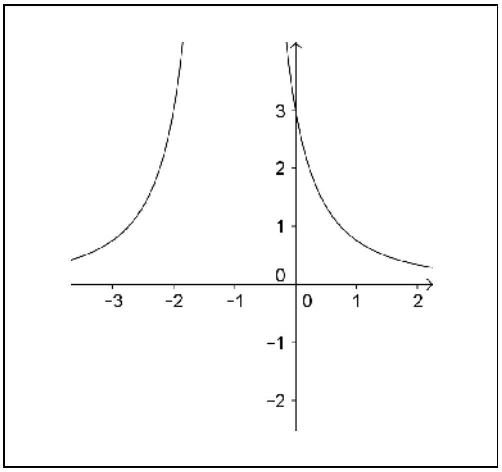
Función $a(bx + c)^n$, $a \in R - \{0\}$, $n \in Z^-$

Página 87

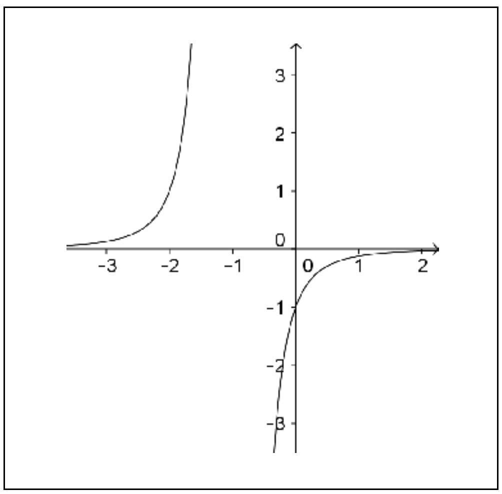
1.



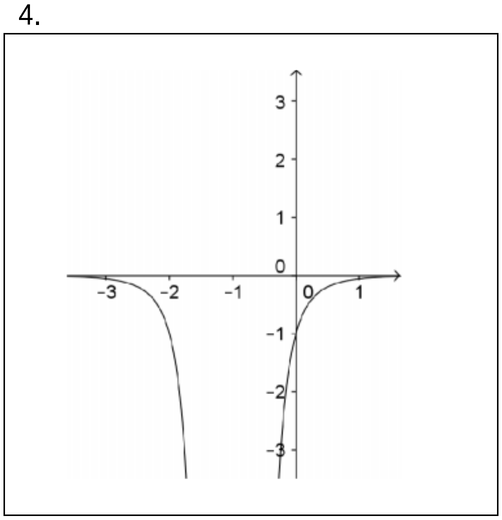
2.



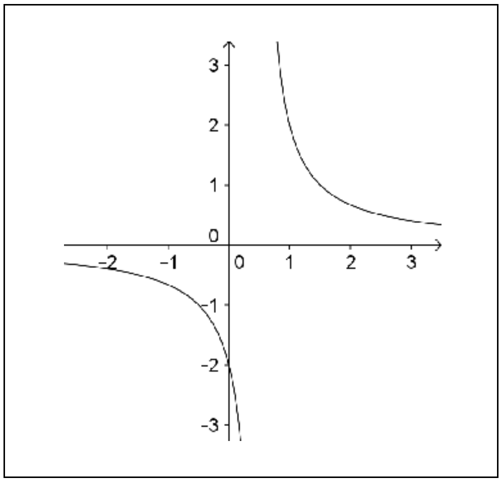
3.



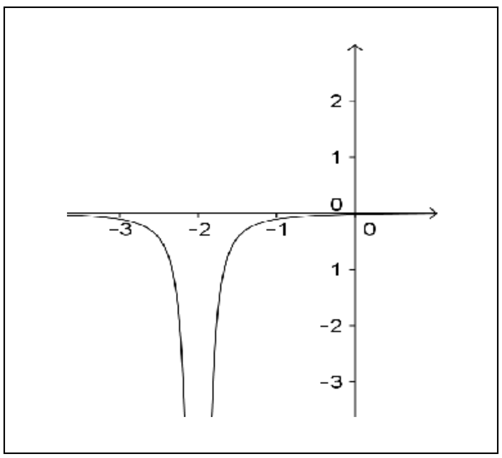
4.



5.



6.

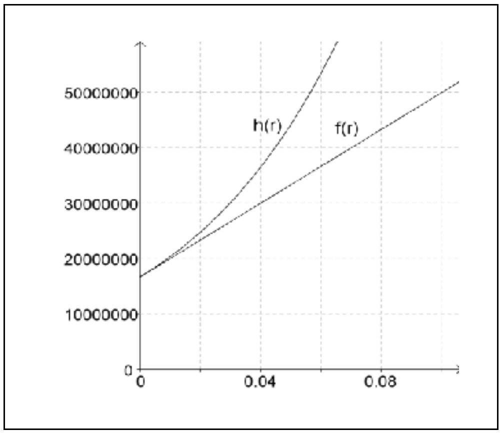


7. Dom(f) = R – {5}; Rec(f) = R – {0}
8. Dom(g) = R – {1}; Rec(g) = R – {0}
9. Dom(p) = R – {–3/2}; Rec(p) = R – {0}
10. Dom(h) = R – {–12/5}; Rec(h) = R – {0}

Matemática financiera
Página 90
1. Aproximadamente $ 4.719.559.
2. Aproximadamente $ 12.155.062.
3. Aproximadamente $ 92.727.
4. 12 periodos
5. 4 meses
6. $f(x) = 3.545.000(1 + x)^{11}$, donde x es la tasa de interés anual y f(x) es el capital final luego de 11 años.

Tasas de crecimiento geométrico
Página 93
1. Aproximadamente 19.894.985 y 20.217.142 habitantes.
2. Aproximadamente 19.928.254 y 20.257.222 habitantes.
3. Aproximadamente 20.294.216 y 20.703.108 habitantes.

4.



La función h crece más rápidamente que la función f y $f(x) \leq h(x)$, $\forall\ x \in R_0^+$.

5. Aproximadamente 0,9%.

Uso de software

Página 95

1. Aproximadamente $ 2.028.098.
2. Aproximadamente 15,38%.
3. Aproximadamente $ 14.228.057.
4. La curva intersecta al eje Y en (0, 6.500.000) que corresponde al capital inicial y es creciente en todo su dominio, aunque este crecimiento no es lineal.

Evaluación de proceso tipo PSU

Páginas 98 - 99

1	2	3	4	5	6	7
E	D	D	B	E	D	D

8	9	10	11	12	13	14
A	D	E	C	B	C	C

Función inyectiva

Página 101

1. No inyectiva.
2. Inyectiva.
3. Inyectiva.
4. No inyectiva.
5. Inyectiva.
6. No es inyectiva, porque $h(-1) = h(-3) = -1$.
7. Inyectiva.
8. No es inyectiva, porque $p(-1) = p(1) = 1$.
9. No es inyectiva, porque -1 y 1 tienen la misma imagen.
10. Es inyectiva, porque toda recta paralela al eje X intersecta en, a lo más, un punto la gráfica.
11. No es inyectiva porque diferentes rectas paralelas al eje X intersectan a la función en más de un punto.
12. Es inyectiva porque toda recta paralela al eje X intersecta en, a lo más, un punto la gráfica.
13. No es inyectiva porque -1 y 1 tienen la misma imagen.

14. No es inyectiva porque –1 y 1 tienen la misma imagen.

Función sobreyectiva
Página 102
1. No es sobreyectiva porque Rec(g) ≠ R.
2. Es sobreyectiva.
3. Considerando, h: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, no es sobreyectiva porque Rec(f) ≠ R.
4. Es sobreyectiva.
5. Es sobreyectiva.
6. Es sobreyectiva.
7. Rec(f) =]–∞, 1]
8. Rec(h) = R.
9. Rec(k) = [–1, +∞[.
10. Rec(g) = R.

Función biyectiva
Página 103
1. Es biyectiva.
2. Es biyectiva.
3. No es biyectiva. Sin embargo, si se considera h: [0, +∞[→ [–1, +∞[, definida por $h(x) = x^2 - 1$, es biyectiva. También, si se considera h:]–∞, 0] → [–1, +∞[, definida por $h(x) = x^2 - 1$, es biyectiva.
4. Es biyectiva.
5. No es biyectiva. Sin embargo, si se considera p:]0, +∞[→ R, definida por p(x) = log x, es biyectiva.
6. No es biyectiva. Sin embargo, si se considera p: R →]0, +∞[, definida por $p(x) = 10^x$, es biyectiva.
7. No es biyectiva. Sin embargo, si se considera s: [0, +∞[→ [0, +∞[, definida por $s(x) = \sqrt{x}$, es biyectiva.
8. Es biyectiva si se considera g: R → R.
9. Es biyectiva si se considera f: R → R.
10. No es biyectiva porque no es inyectiva, pues diferentes rectas paralelas al eje X intersectan a la función en más de un punto.
11. Es biyectiva si se considera h: [–1, 0] ∪]1, +∞[→ [0, +∞[.

Función inversa
Página 105
1. Si h: R → R, definida por h(x) = 3x + 5, su función inversa es $h^{-1}(x) = (x - 5)/3$.
2. Si p:]–1, +∞[→ R, definida por p(x) = log (x + 1), su función inversa es $p^{-1}(x) = 10^x - 1$.
3. Si q: R →]0, +∞[, definida por $q(x) = 10^{x+1}$, su función inversa es $q^{-1}(x) = (\log x) - 1$.
4. Si f: [0, +∞[→ [–3, +∞[, definida por $f(x) = 5x^2 - 3$, su función inversa es $f^{-1}(x) = \sqrt{\dfrac{x+3}{5}}$.
5. Si g: R → R, definida por $g(x) = 4x^3 + 2$, su función inversa es $g^{-1}(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x-2}{4}}$.
6. Si m: [3/4, +∞[→ [0, +∞[, definida por $m(x) = \sqrt{4x - 3}$, su función inversa es $m^{-1}(x) = (x^2 + 3)/4$.
7. La gráfica representa una función y su inversa, porque las curvas son simétricas respecto de la recta y = x.
8. La gráfica representa una función y su inversa, porque las curvas son simétricas respecto de la recta y = x.

Evaluación final tipo PSU
Páginas 110 – 114

1	2	3	4
A	B	D	E

5	6	7	8	9
C	B	B	D	A

10	11	12	13	14	15
E	C	B	E	B	E

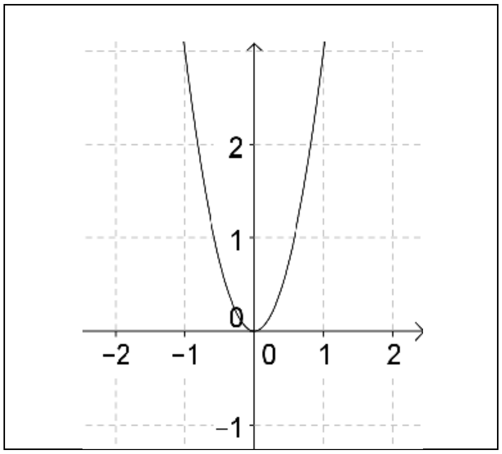
16	17	18	19	20	21
A	D	B	E	D	C

22	23	24	25	26	27	28	29
B	A	D	E	E	B	A	C

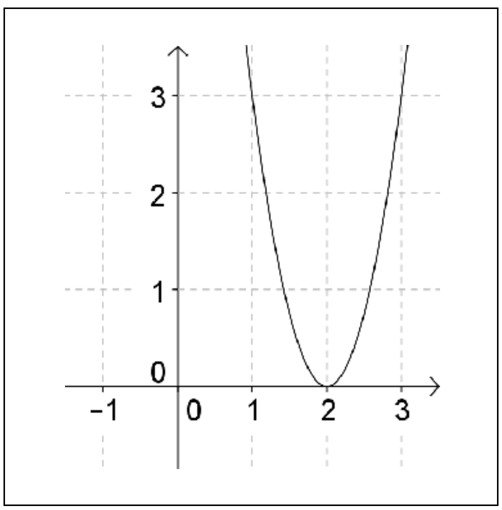
Ejercicios de refuerzo y profundización
Página 115

1. $f(-2) = f(-1) = f(0) = f(5) = \pi + 3e$
2. $g(-10) = -35$; $g(-1) = -8$; $g(0) = -5$; $g(1) = -2$; $g(10) = 25$
3. $h(-1) = 10/3$; $h(0) = 2$; $h(1) = 10/3$; $h(2) = 82/9$
4. $p(4) = 2$; $p(20) = 2\log_3 5$; $p(76) = 4$; $p(188) = \log_3 193$
5. $q(-4) = 0$; $q(0) = 1$; $q(5) = 3/2$; $q(8) = \sqrt{3}$; $q(165) = 13/2$
6. $f(-7) = 98$; $f(-2) = 8$; $f(0) = 1$; $f(1) = 2$; $f(3) = 4$
7. $s(-12) = 85$; $s(-2) = 35$; $s(-5) = 50$; $s(5) = 0$
8. $(g \text{ o } f)(x) = 5e^{x+2} + 1$
9. $(f \text{ o } g)(x) = e^{5x+3}$
10. $(h \text{ o } f)(x) = 3e^{2x+4} + 1$
11. $(f \text{ o } h)(x) = e^{3x^2+3}$
12. $(h \text{ o } g)(x) = 75x^2 + 30x + 4$
13. $(g \text{ o } h)(x) = 15x^2 + 6$

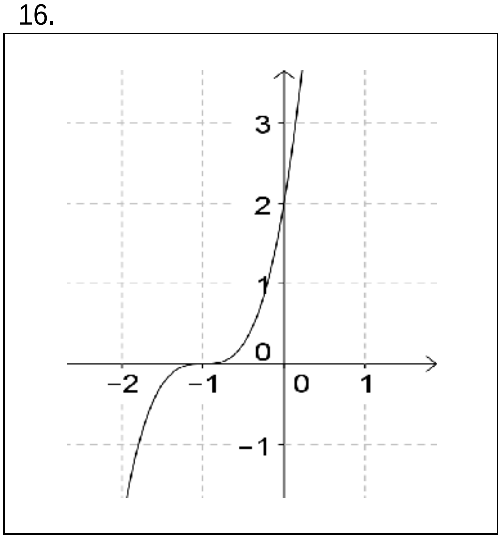
14.



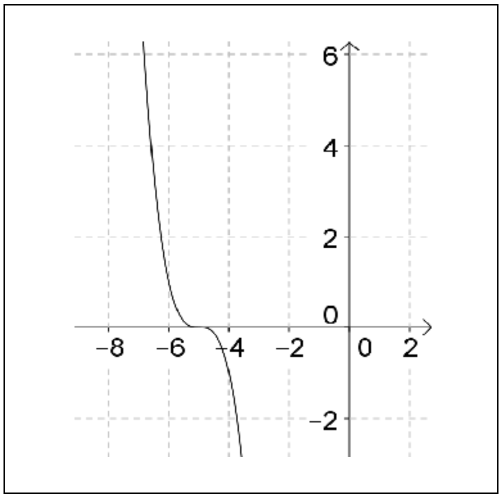
15.



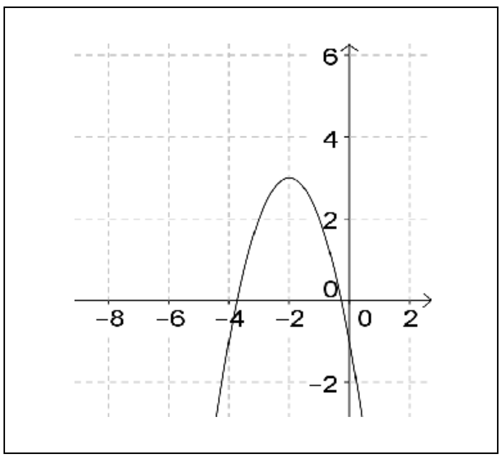
16.



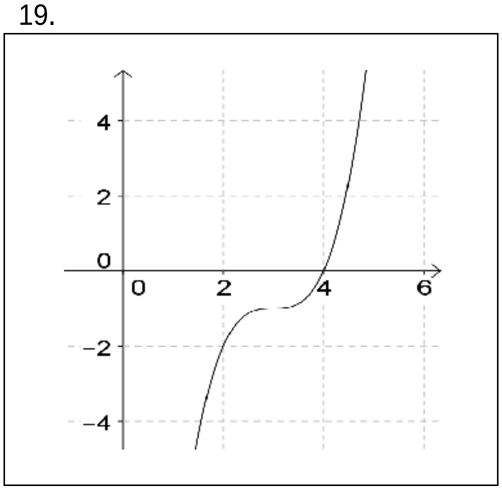
17.



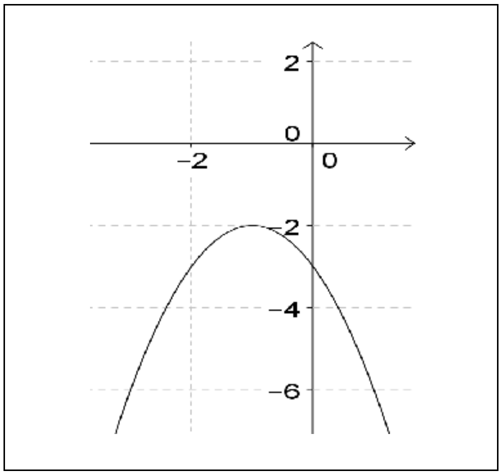
18.



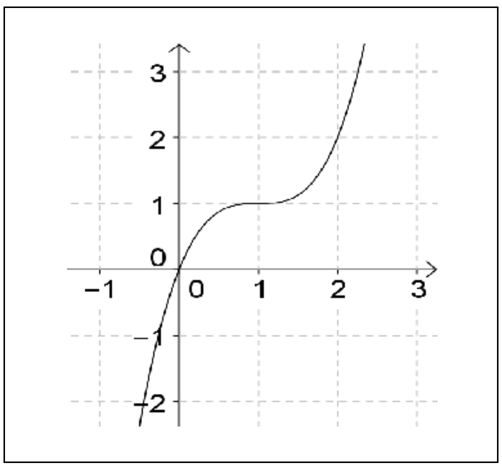
19.



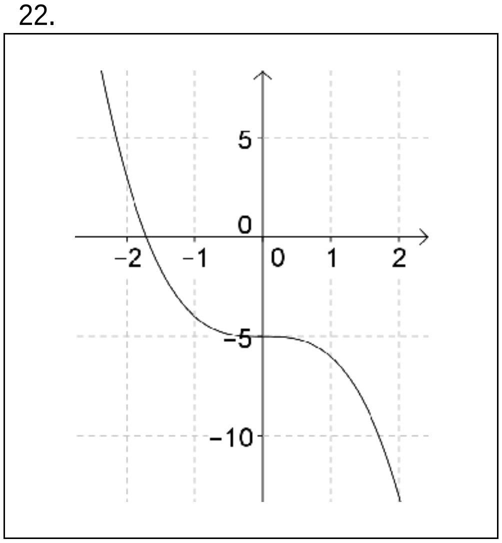
20.



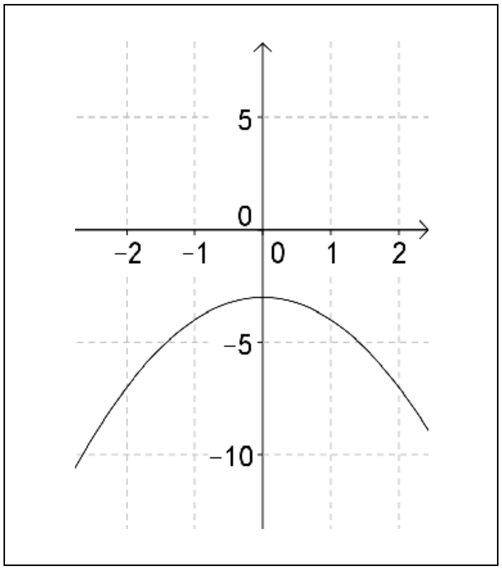
21.



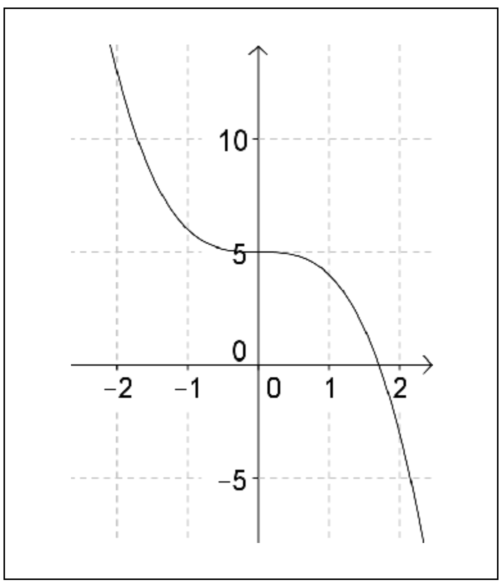
22.



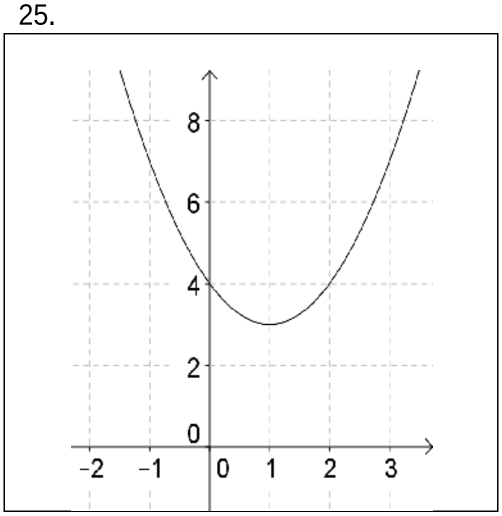
23.



24.



25.



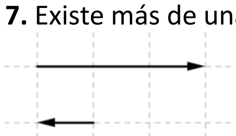
26. $f(x) = (x - 2)^2 + 1$
27. $f(x) = (x + 1)^3 + 3$
28. 120%, no obstante, si consideramos un capital inicial de $ 4.000.000, se obtiene una tasa de interés de un 5,2% aproximadamente.
29. 3 meses
30. Aproximadamente $ 237.804.
31. Aproximadamente 753.972 y 765.229 habitantes.
32. Dom (h) = $[-3, +\infty[$; Rec(h) = $[-5, +\infty[$; $h^{-1}(x) = \sqrt{\frac{x+5}{7}} - 3$
33. Dom(f) = R; Rec(f) = R; $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{3}} + 1$

Solucionario

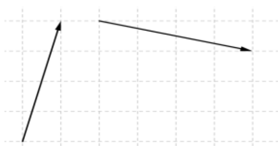
Unidad 3

Evaluación diagnóstica
Página 117
1. La tensión del cable de acero, la fuerza de gravedad, entro otras.
2. La fuerza de gravedad, la fuerza de roce del aire, entre otras. Se puede representar usando flechas.
3. El punto A está a $9\sqrt{29}$ metros y el punto B a $\sqrt{5.545}$ metros. Ambas distancias fueron calculadas usando el teorema de Pitágoras.
4. La sombra del martillo se puede representar por una línea recta.
5. Segmento de recta dirigido.
6. Mediante una flecha.
7. El peso, la aceleración, la velocidad, etc.
8. Se puede representar usando una flecha que tiene su origen en el martillo y cuya punta en cada instante va indicando su trayectoria, que es una parábola.

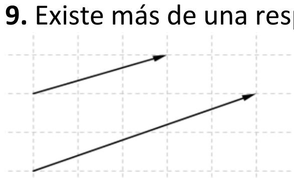
Vectores
Página 119
1. Los tres vectores son iguales porque tienen la misma dirección, sentido y módulo.
2. Los vectores azul y verde son opuestos porque tienen igual dirección y módulo pero distinto sentido. El vector rojo es distinto a estos dos porque no tiene la misma dirección que ellos.
3. Los tres vectores son distintos porque aunque tienen la misma dirección y sentido, difieren en su módulo.
4. Existe más de una respuesta:
$\overrightarrow{FA}$ y $\overrightarrow{DC}$; $\overrightarrow{AE}$ y $\overrightarrow{BD}$
5. Existe más de una respuesta:
$\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{BF}$; $\overrightarrow{AD}$ y $\overrightarrow{EB}$
6. Existe más de una respuesta:
$\overrightarrow{FC}$ y $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$ y $\overrightarrow{EB}$
7. Existe más de una respuesta:



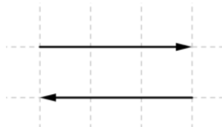
8. Existe más de una respuesta:



9. Existe más de una respuesta:



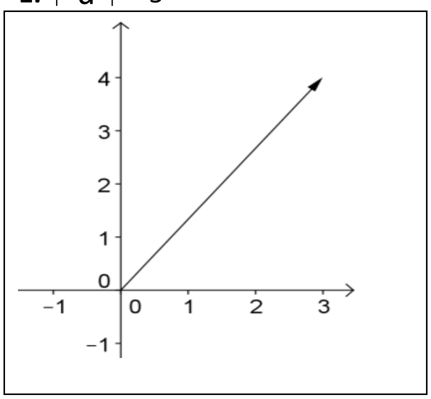
10. Existe más de una respuesta:



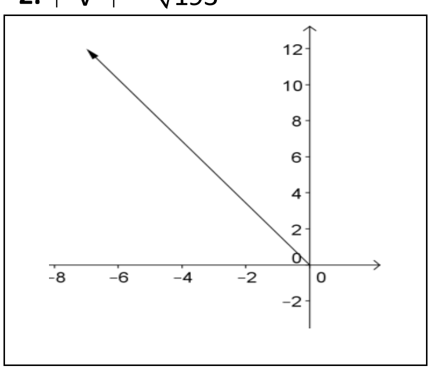
11. Correcta.
12. Incorrecta.
13. Incorrecta.
14. Correcta.
15. Incorrecta.
16. Incorrecta.
17. Incorrecta.
18. Correcta.

Vectores - Módulo de un vector
Página 121

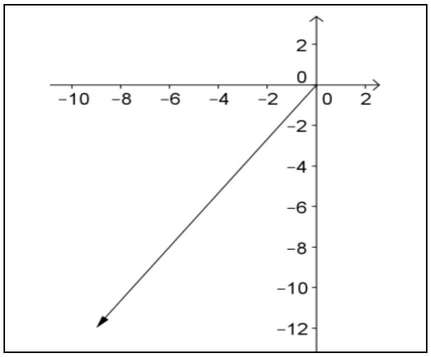
1. $\left|\vec{u}\right| = 5$



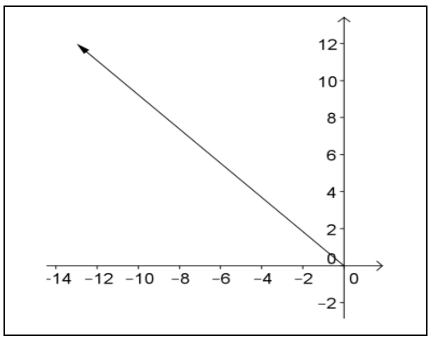
2. $\left|\vec{v}\right| = \sqrt{193}$



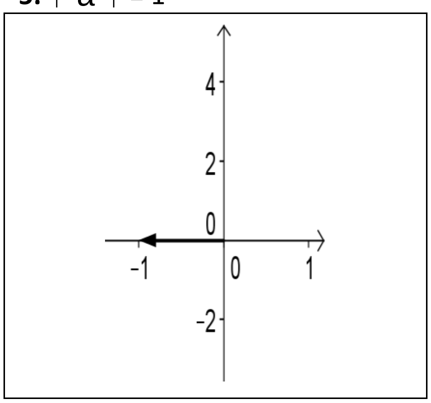
3. $\left|\overrightarrow{w}\right| = 15$



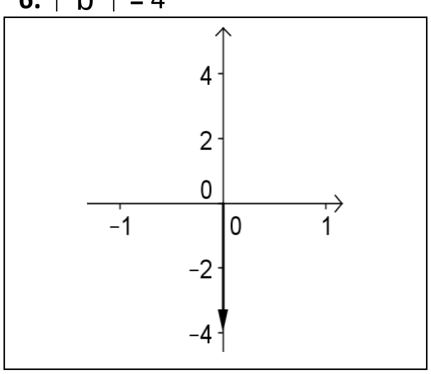
4. $\left|\overrightarrow{z}\right| = \sqrt{313}$



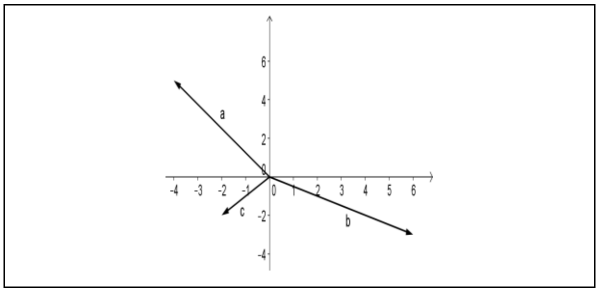
5. $\left|\overrightarrow{a}\right| = 1$



6. $\left|\overrightarrow{b}\right| = 4$



7.



8. $\vec{v} = (4, 4)$

9. $|\vec{v}| = 4\sqrt{2}$

10. $\overrightarrow{AB} = (-18, 18)$

11. $\overrightarrow{AC} = (-4, 25)$

12. $\overrightarrow{AD} = (-23, 2)$

13. $\overrightarrow{BA} = (18, -18)$

14. $\overrightarrow{BD} = (-5, -16)$

15. $\overrightarrow{DC} = (19, 23)$

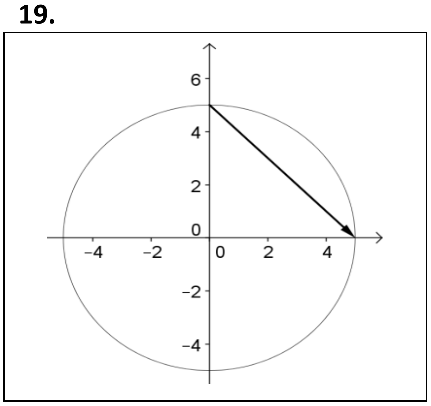
16. $\overrightarrow{CB} = (-14, -7)$

17. $\overrightarrow{BC} = (14, 7)$

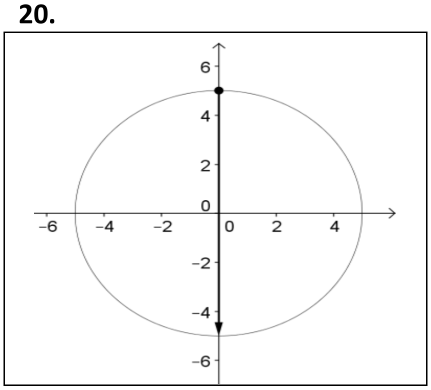
18. $\overrightarrow{DA} = (23, -2)$

$\overrightarrow{AB} = (3, -1)$; $\overrightarrow{BC} = (-2, 2)$; $\overrightarrow{CA} = (-1, -1)$

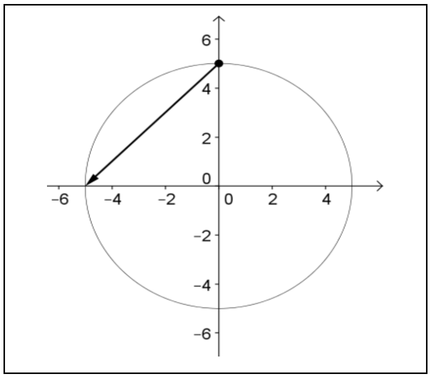
19.



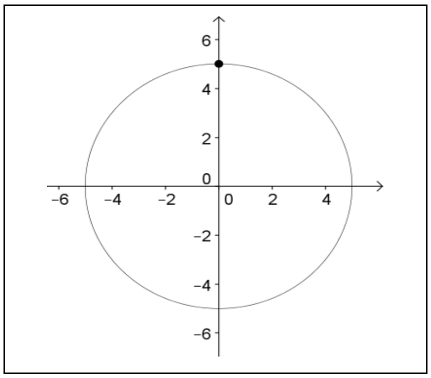
20.



21.



22.

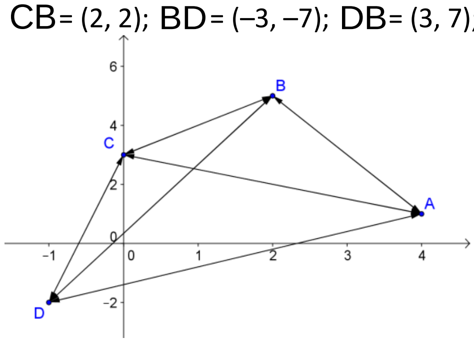


23. D = (7, 1)

24. $\overrightarrow{BD}$ = (6, –2)

Se pueden formar 12 vectores y el vector cero.

$\overrightarrow{AB}$ = (–2, 4); $\overrightarrow{BA}$ = (2, –4); $\overrightarrow{AC}$ = (–4, 2); $\overrightarrow{CA}$ = (4, –2); $\overrightarrow{AD}$ = (–5, –3); $\overrightarrow{DA}$ = (5, 3); $\overrightarrow{BC}$ = (–2, –2); $\overrightarrow{CB}$ = (2, 2); $\overrightarrow{BD}$ = (–3, –7); $\overrightarrow{DB}$ = (3, 7); $\overrightarrow{CD}$ = (–1, –5); $\overrightarrow{DC}$ = (1, 5)

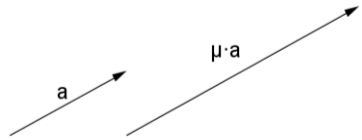


25. $\left| \vec{f}_1 + \vec{f}_2 + \vec{f}_3 \right| = \sqrt{313}$

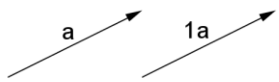
26. $\left| \vec{f}_1 - \vec{f}_2 + \vec{f}_3 \right| = \sqrt{1.073}$

Vectores – Operatoria con vectores
Página 123

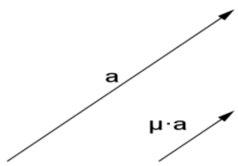
1. El vector resultante tiene la misma dirección y sentido que $\vec{a}$, pero mayor módulo.



2. El vector resultante tiene la misma dirección, sentido y módulo que $\vec{a}$.

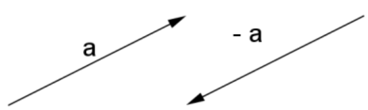


3. El vector resultante tiene la misma dirección y sentido que $\vec{a}$, pero menor módulo.

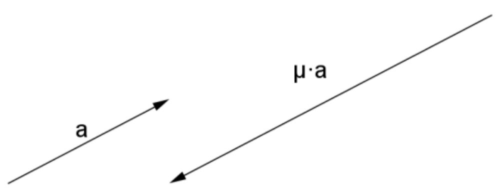


4. El vector resultante es $\vec{0}$.

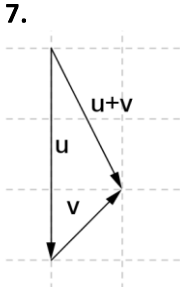
5. El vector resultante tiene la misma dirección y módulo que $\vec{a}$, pero sentido opuesto.



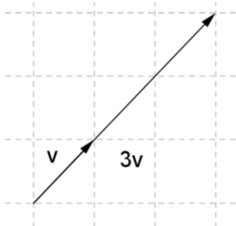
6. El vector resultante tiene la misma dirección que $\vec{a}$, pero sentido opuesto y mayor módulo.



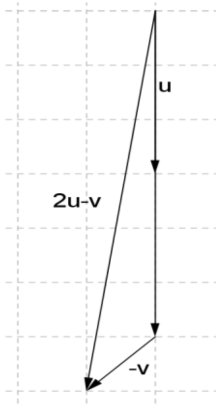
7.



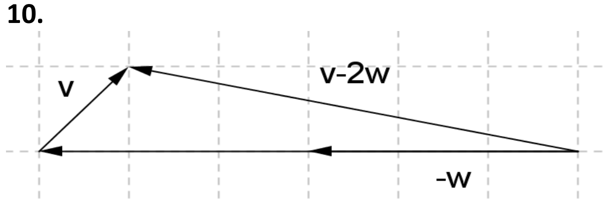
8.



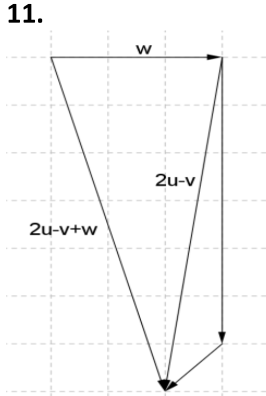
9.



10.



11.



12. (0, −12)
13. (−14, 31)
14. (14, −3)
15. (17, −16)
16. (11, −3)
17. (−5, −1)
18. (−8, −25)
19. (−2, −3)

20. (26, 39)
21. (7, 4)
Se puede afirmar que los dos vectores son iguales.

Vectores en el espacio
Página 125

1. $\sqrt{5}$
2. 5
3. $\sqrt{21}$
4. $\sqrt{34}$
5. $\sqrt{59}$
6. 13
7. 9
8. 13
9. 25
10. (3, –5, –5)
11. (–4, 9, 8)
12. (–4, 7, –4)
13. (10, –7, 16)
14. (–10, 7, –16)
15. (9, –14, –9)

Vectores en el espacio
Página 126

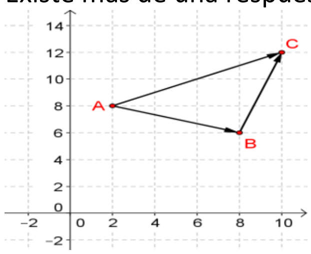
Existe más de una respuesta:
$\vec{u} = (4, 6)$; $\vec{v} = (10, 12)$; $\vec{w} = (6, 8)$

1. $3\sqrt{3}$
2. $3 + 3\sqrt{2}$
3. $\|\overrightarrow{UV}\| = \|\overrightarrow{VU}\| = 3\sqrt{3}$; $\|\overrightarrow{UW}\| = \|\overrightarrow{WU}\| = 3$;
$\|\overrightarrow{WV}\| = \|\overrightarrow{VW}\| = 3\sqrt{2}$

$3\sqrt{3} \leq 3 + 3\sqrt{2} \Rightarrow \|\overrightarrow{UV}\| \leq \|\overrightarrow{UW}\| + \|\overrightarrow{WV}\|$
$3 \leq 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} \Rightarrow \|\overrightarrow{UW}\| \leq \|\overrightarrow{UV}\| + \|\overrightarrow{VW}\|$
$3\sqrt{2} \leq 3 + 3\sqrt{3} \Rightarrow \|\overrightarrow{WV}\| \leq \|\overrightarrow{WU}\| + \|\overrightarrow{UV}\|$

Por lo tanto, se cumple la desigualdad triangular

Existe más de una respuesta:



Esta propiedad se llama desigualdad triangular porque es la generalización. a cualquier número de dimensiones, de la propiedad métrica del triángulo que dice que la longitud de un lado, por ejemplo,

$|| \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} || = || \overrightarrow{AC} ||$ es menor que la suma de las longitudes de los otros dos

$|| \overrightarrow{AB} || + || \overrightarrow{BC} ||$.

Vectores en el espacio
Página 127

$\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; 25

1. Falso, pues si $\vec{v}$ = (2, 1, 0) y $\overrightarrow{w}$ = (3, 0, –4) se tiene que:

$|| \vec{v} + \overrightarrow{w} || \neq || \vec{v} || + || \overrightarrow{w} ||$

$\sqrt{42} \neq \sqrt{5} + 5$

2. Falso, pues si $\vec{v}$ = (2, 1, 0) y $\overrightarrow{w}$ = (3, 0, –4) se tiene que:

$|| \vec{v} - \overrightarrow{w} || \neq || \vec{v} || - || \overrightarrow{w} ||$

$3\sqrt{2} \neq \sqrt{5} - 5$

3. Falso, pues si $\vec{u}$ = (0, –1, 0); $\vec{v}$ = (2, 1, 0) y $\overrightarrow{w}$ = (3, 0, –4) se tiene que:

$|| \vec{u} - \vec{v} || \neq || \vec{u} - \overrightarrow{w} || + || \overrightarrow{w} - \vec{v} ||$

$2\sqrt{2} \neq \sqrt{26} - 3\sqrt{2}$

4. Verdadero.

5. Falso, pues si $\vec{u}$ = (1, –1, 1); $\vec{v}$ = (3, 3, 7) y $\overrightarrow{w}$ = (2, 1, 4) se tiene que:

$|| \vec{u} - \vec{v} || = || \vec{u} - \overrightarrow{w} || + || \overrightarrow{w} - \vec{v} ||$

$2\sqrt{14} = \sqrt{14} + \sqrt{14}$

6. Verdadera.

7. Falso, pues si $\lambda = -5$ y $\vec{v}$ = (2, 1, 0), se tiene que:

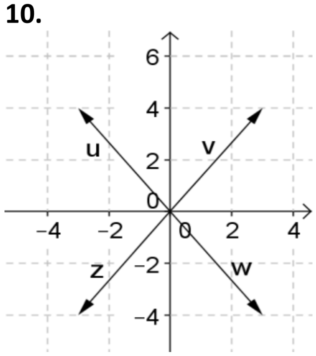
$|| \lambda \bullet \vec{v} || \neq \lambda \bullet \vec{v}$

$5\sqrt{5} \neq (-10, -5, 0)$

8. Verdadero.

9. El módulo es 5 y es igual al del vector $\overrightarrow{w}$.

10.



11. Los vectores v, u, w, z tienen el mismo módulo. Esto ocurre porque que sus componentes según el eje X tiene el mismo valor absoluto (3) y sus componentes según el eje Y tienen el mismo valor absoluto (4).

Vectores
Página 128

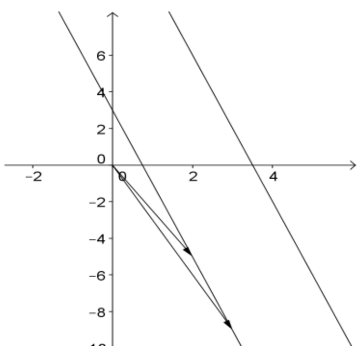
1. $\sqrt{2}$
2. $\sqrt{5}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $\sqrt{14}$
5. $\sqrt{14}$
6. $\sqrt{17}$

Si consideramos Plaza Italia como el origen del sistema de coordenadas, el punto (0, 0, –1) puede corresponder a la posición de una persona en el metro de Santiago, justo debajo de Plaza Italia.

7. $\sqrt{7}$
8. $\sqrt{5}$
9. $\sqrt{11}$
10. 0
11. $\sqrt{7}$

Ecuación vectorial y cartesiana de la recta en el plano
Página 131

1. Por ejemplo, L: (x, y) = (–4, 6) + λ(8, –8).
2. Por ejemplo, L: (x, y) = (4, 4) + λ(–3, –3).
3. Existe más de una respuesta:
(1, 2); (5, 10); (–3, –6)
4. Por ejemplo, L: (x, y) = (4, 2) + λ(1, –4)



5. La recta no pasa por el punto P.
6. La recta pasa por el punto P.
7. La recta pasa por el punto P.
8. La recta no pasa por el punto P.
9. La recta no pasa por el punto P.
10. La recta pasa por el punto P

Uso de *software*
Página 135

1. –2x + y = 0
2. –5x + 3y = 12
3. 6x + y = 16

4. $x = 5$
5. $3x + 2y = 11$
6. L: $(x, y) = (–3, 2) + \lambda(1, 3)$
7. Si $\lambda = 3$, se obtiene el punto (0, 11), por lo tanto, pertenece a la recta. Sin embargo, no existe ningún valor numérico para λ que genere los puntos (0, 0) y (–3, 0).
8. L: $(x, y) = (–5/4, 0) + \lambda(–3, –4)$
9. L: $(x, y) = (0, 1/5) + \lambda(–5, –2)$
10. L: $(x, y) = (–18/7, 0) + \lambda(1, 7)$
11. L: $(x, y) = (–3/4, 0) + \lambda(–3, –8)$
12. Paralelas, pues las pendientes son iguales.
13. Secantes no perpendiculares, pues el producto de las pendientes no es –1.
14. Secantes no perpendiculares, pues el producto de las pendientes no es –1.
15. Paralelas, pues las pendientes son iguales.
16. $–2x + y = –3$; L: $(x, y) = (2, 1) + \lambda(1, 2)$
17. $x + 2y = 4$; L: $(x, y) = (2, 1) + \lambda(–2, 1)$
18. $x – y = 3$; L: $(x, y) = (2, –1) + \lambda(–1, –1)$
19. $2x – 3y = 7$; L: $(x, y) = (2, –1) + \lambda(–3, –2)$

Ecuación vectorial y paramétrica de una recta en el espacio
Página 138

1. L: $(x, y, z) = (12, –5, 7) + \lambda(12, –11, 10)$
2. No son colineales.
3. L: $(x, y, z) = (–1, –1, –1) + \lambda(0, –2, –4)$
4. L: $(x, y, z) = (0, –1, –2) + \lambda(0, –1, –2)$
5. No son colineales.
6. Si $\lambda = 0$, entonces (1, 2, 1). Si $\lambda = 1$, entonces (1, 3, 2). Si $\lambda = –1$, entonces (1, 1, 0). Si $\lambda = 2$, entonces (1, 4, 3).
7. Para $\lambda = 0$, se tiene (1, 2, 1) y para $\lambda = –1$, el punto es (1, 1, 0).
8. Porque no existe un valor real para λ que satisfaga simultáneamente las ecuaciones $2 + \lambda = 6$ y $1 + \lambda = 6$.

Ecuación vectorial y paramétrica de una recta en el espacio
Página 139

1. $f(\lambda) = (4 – \lambda, 2 – 3\lambda, 7 – \lambda)$	$x(\lambda) = 4 – \lambda$	$y(\lambda) = 2 – 3\lambda$	$z(\lambda) = 7 – \lambda$
2. $f(\lambda) = (1 – \lambda, 3 – 5\lambda, –4 + 6\lambda)$	$x(\lambda) = 1 – \lambda$	$y(\lambda) = 3 – 5\lambda$	$z(\lambda) = –4 + 6\lambda$
3. $f(\lambda) = (–2\lambda, 3 – 2\lambda, 5 – 8\lambda)$	$x(\lambda) = –2\lambda$	$y(\lambda) = 3 – 2\lambda$	$z(\lambda) = 5 – 8\lambda$
4. $f(\lambda) = (2 + \lambda, 4 – 6\lambda, 7 – 6\lambda)$	$x(\lambda) = 2 + \lambda$	$y(\lambda) = 4 – 6\lambda$	$z(\lambda) = 7 – 6\lambda$

5. $x(\lambda) = 2 – 3\lambda$	$y(\lambda) = 2 – 3\lambda$	$z(\lambda) = –3 + 4\lambda$
6. $x(\lambda) = 6 + 5\lambda$	$y(\lambda) = 2\lambda$	$z(\lambda) = 2$
7. $x(\lambda) = 2 – 3\lambda$	$y(\lambda) = 5 + 4\lambda$	$z(\lambda) = –9 – 5\lambda$
8. $x(\lambda) = 1 – 3\lambda$	$y(\lambda) = 4 – 4\lambda$	$z(\lambda) = –7 – 10\lambda$

9. Existe más de una respuesta:
Si consideramos $P_0 = (1, –1, 0)$ se tiene que: $x(\lambda) = 1 – 2\lambda$; $y(\lambda) = –1 + 5\lambda$; $z(\lambda) = \lambda$.
10. $x(\lambda) = 1 – 4\lambda$ $y(\lambda) = 3\lambda$ $z(\lambda) = –6 – 6\lambda$

Evaluación de proceso tipo PSU
Páginas 142 - 143

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	E	D	D	C	D	D	E

10	11	12	13	14	15	16	17	18
D	No existe tal valor de p	B	E	B	E	B	D	A

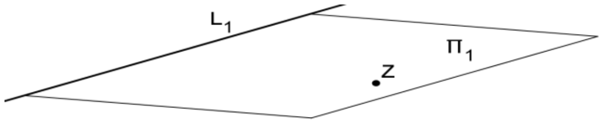
Rectas y planos en el espacio
Página 145

1. Intersección de dos calles.
2. Si consideramos la intersección de los postes del alumbrado público y el suelo como puntos, tales puntos son colineales en una misma vereda.
3. Postes del alumbrado público.
4. Si consideramos la intersección de un individuo y el suelo como un punto, tres o más personas en un mismo piso de un edificio generan puntos coplanarios.
5. Si consideramos la intersección de las patas de una mesa y el suelo puntos, estos no son colineales tres a tres.
6. Durmientes de una línea de ferrocarril.
7. Si consideramos la intersección de un individuo y el suelo como un punto, el Sol y tres personas cualesquiera del planeta que no estén en línea recta generan puntos no coplanarios.
8. La línea de fondo y la línea del costado de una cancha de fútbol pueden considerarse perpendiculares.

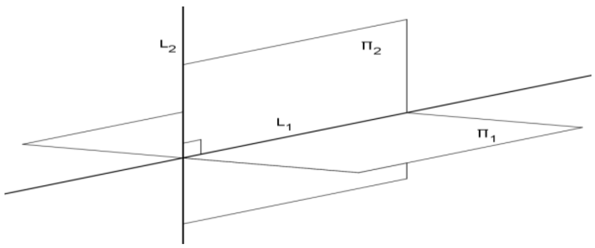
Rectas y planos en el espacio
Página 147

1. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
2. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
3. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
4. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
5. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
6. Respuesta variada, se deja a cargo del estudiante.
7. Falsa, porque los puntos A, E y F son coplanares.
8. Verdadera.
9. Falsa, tomados de tres en tres sí son coplanarios.
10. Falsa, no existe punto de contacto.
11. Verdadera.
12. Verdadera.
13. Verdadera.
14. Verdadera.
15. Verdadera.
16. Verdadera.

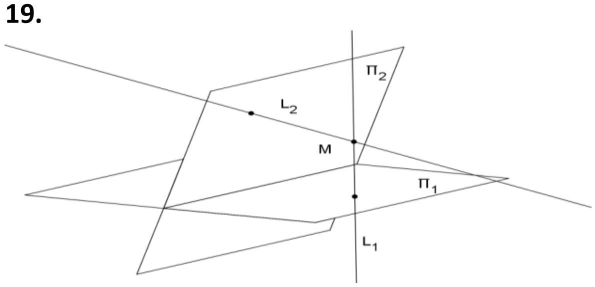
17.



18.



19.



Las rectas, al intersectarse, forman dos ángulos. Uno de ellos es suplementario al ángulo diedro y el otro es igual al ángulo diedro.

Ecuación vectorial del plano en el espacio
Página 151

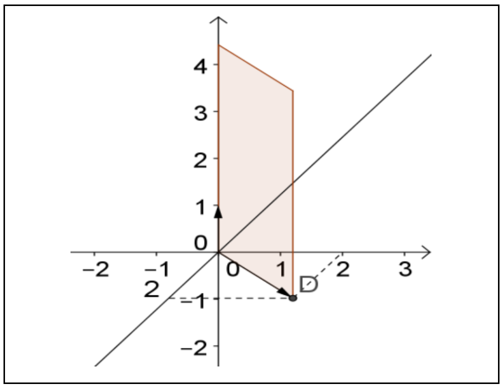
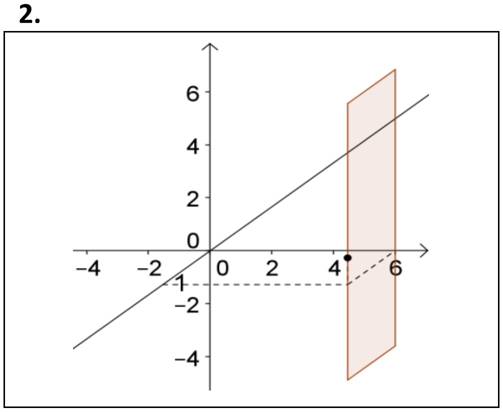
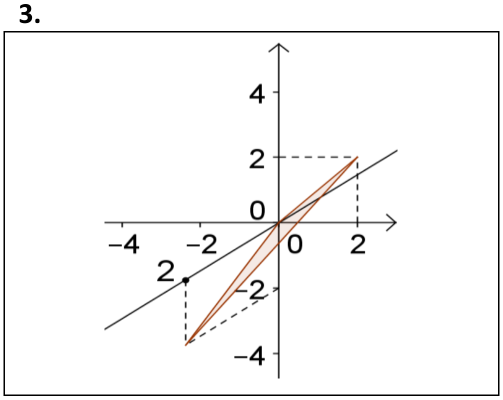
1. (7, 4, 0) no pertenece al plano Π.
2. (4, 3, –6) si pertenece al plano Π.
3. (4, –1, 3) no pertenece al plano Π.
4. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (1, 2, 1) + λ(0, 2, –1) + μ(1, 0, 1)
5. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (–1, 4, 3) + λ(1, 1, 2) + μ(0, 3, 1)
6. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (1, 0, 6) + λ(2, 3, 4) + μ(–1, 1, 2)
7. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (3, 7, 7) + λ(–1, –2, 5) + μ(–1, –3, 1)
8. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (–4, 5, 0) + λ(5, –2, 1) + μ(4, –5, 0)
9. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (3, 3, –7) + λ(2, 5, 5) + μ(6, 15, 25)
10. El plano Π no es paralelo a ningún eje.
11. El plano Π no es paralelo a ningún eje.
12. El plano Π no es paralelo a ningún eje.
13. El plano Π es paralelo al eje X y al eje Y.

14. Π: (x, y ,z) = (2, 5, 0) + λ(1, –1, 0) + μ(0, 2, 3)
15. Π: (x, y ,z) = (1, 0, 3) + λ(2, 0, –1) + μ(1, 3, –2)
16. Π: (x, y ,z) = (2, –2, 1) + λ(1, 0, –1) + μ(–2, 3, 2)
17. Π: (x, y ,z) = (8, 0, 5) + λ(–3, 2, –5) + μ(1/2, 2, 0)
18. Π: (x, y ,z) = (3/4, –6, 7) + λ(0, 1, 3) + μ(7, 2, –12)
19. Π: (x, y ,z) = λ(2, 7, –11) + μ (5, –7, 1)
20. La recta no está contenida en el plano.
21. La recta sí está contenida en el plano.
22. La recta sí está contenida en el plano.
23. La recta sí está contenida en el plano.
24. La recta no está contenida en el plano.

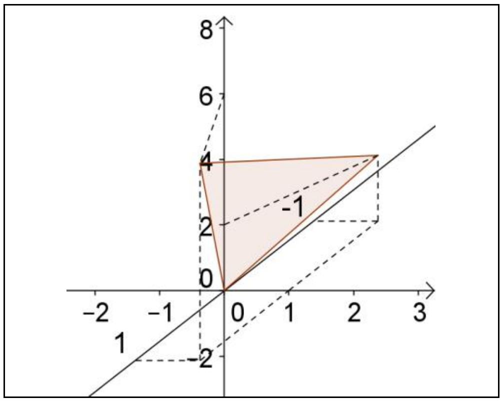
Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio – Ecuación paramétrica del plano
Página 153
1. (11, 4, 1)
2. (8, 7, 1)
3. (2, –1, 2)
4. (6, 1, –1)
5. (12, 7, 2)
6. (15, –8, –1)
7. El punto (–1, 4, –2) pertenece al plano, mientras que el punto (10, 7, 2) no pertenece, pues no existen valores reales para λ y μ tales que se cumpla (2, 1, –2) + λ(1, 3, 1) + μ(4, 0, 1) = (10, 7, 2).
8. Ninguno de los puntos pertenece al plano, pues no existen números reales para λ y μ tales que se cumpla (2, 1, –2) + λ(1, 3, 1) + μ(4, 0, 1) = (1, 2, 3) y (2, 1, –2) + λ(1, 3, 1) + μ(4, 0, 1) = (2, 0, 1)
9. Falsa.
10. Falsa.
11. Falsa.

Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio – Ecuación cartesiana del plano
Página 155
1. Existe más de una respuesta:
(0, 0, –1/3)   (1, 1, –1/3)   (3, 1, –1)
2. 2/3
3. El punto (0, 2, 1) pertenece al plano, pero los puntos (1, 2, 1) y (0, 0, 0) no.
4. 2x + y – 5z = 3
5. 4x + 12y + 3z = 14
6. –9x + 15y + 7z = 207
7. 6x + y + 5z = 26
8. 2x + y – 2z = 1
9. x – z = –2
10. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = λ(1, 0, 1) + μ (0, 1/8, 5)
11. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (0, 0, –9/8) + λ(1/8, 0, 7) + μ (0, 1/8, 5)
12. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (21, 0, 0) + λ(3, 1, 0) + μ (–9, 0, 1)
13. Existe más de una respuesta:

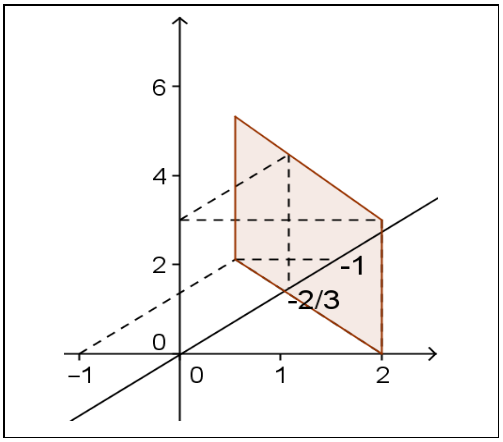
Π: (x, y ,z) = (0, 0, –21) + λ(1, 0, –1) + μ (0, 1, –1)
14. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (0, –12, 0) + λ(1, –2, 0) + μ (0, 21, 1)
15. Existe más de una respuesta:
Π: (x, y ,z) = (0, 0, 12/5) + λ(10, 0, –4/5) + μ (0, 1, 9/5)
16. Sí, porque al multiplicar la ecuación por cualquier número real distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente aunque con parámetros diferentes.
17. Dada la ecuación cartesiana, es posible calcular tres puntos pertenecientes al plano, a partir de los cuales se determina la ecuación vectorial de dicho plano.

Ecuación paramétrica y cartesiana del plano en el espacio – Ecuación cartesiana del plano
Página 157
1.

2.

3.


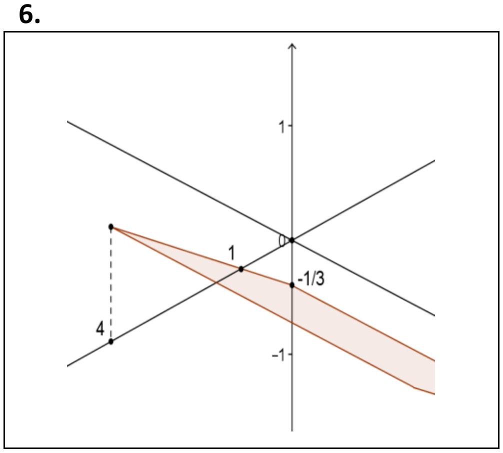
4.



5.



6.



7. (0, 0, 0)
8. La recta L.
9. (4, 0, 5)
10. La recta L.

Ecuaciones cartesianas de la recta en el espacio
Página 159
1. Las ecuaciones representan planos paralelos.
2. Las ecuaciones representan el mismo plano.
3. Las ecuaciones representan el mismo plano.
4. Existe más de una respuesta:
$2x - 4y + 6z - 14 = 0$ $-x + 2y - 3z + 7 = 0$
5. Existe más de una respuesta:
$2x - 4y + 6z - 1 = 0$ $-x + 2y - 3z + 8 = 0$
6. No representan el mismo plano**.**
7. No representan el mismo plano.
8. Sí representan el mismo plano.

Ecuaciones cartesianas de la recta en el espacio
Página 162
1. $f(\lambda) = (\lambda, -1/2\lambda - 1/2, -7/2\lambda + 21/2)$ $(x, y, z) = (0, -1/2, 21/2) + \lambda(1, -1/2, -7/2)$
2. Planos coincidentes.
3. Planos coincidentes.
4. $f(\lambda) = (\lambda, \lambda -1, 2\lambda - 3)$ $(x, y, z) = (0, -1, -3) + \lambda(1, 1, 2)$
5. Planos paralelos.
6. Planos paralelos.
7. $f(\lambda) = (1 - 2\lambda, 3\lambda -1, \lambda)$ $(x, y, z) = (1, -1, 0) + \lambda(-2, 3, 1)$
8. Planos coincidentes.

Ecuaciones cartesianas de la recta en el espacio
Página 163
1. La intersección es el plano con ecuación vectorial:
$\Pi: (x, y, z) = (0, 0, 9/4) + \lambda(1, 0, -3/4) + \mu (0, 1, 1/2)$
2. (6, 10, 3)
3. Secantes.
4. Existe más de una respuesta:
$X - z - 4 = 0$ $y - z - 3 = 0$
5. Existe más de una respuesta:
$X + z + 2 = 0$ $-x + y - 3 = 0$
6. Existe más de una respuesta:
$Y - 2z + 1 = 0$ $x + 2z - 3 = 0$

Evaluación final tipo PSU
Páginas 168 - 172

1	2	3	4	5	6
C	E	D	A	E	A

7	8	9	10	11	12
A	B	D	A	E	C

13	14	15	16	17	18	19	20
B	E	E	A	C	D	A	C

21	22	23	24	25	26	27	28
E	D	E	B	A	B	A	D

29	30	31	32	33	34
D	E	D	B	D	C

Ejercicios de refuezo y profundización
Página 173

1. (6, 3)
2. (–2, –2)
3. $\sqrt{10}$
4. $2\sqrt{106}$
5. $3 + \sqrt{5}$
6. $2\sqrt{2}$
7. (–1, 2, 2)
8. (11, 1, 2)
9. 30
10. $4\sqrt{69} - \sqrt{70}$
11. $\sqrt{69} + 18$
12. $\sqrt{269}$
13. Existe más de una respuesta:
$(x, y) = (3, -2) + \lambda(8, -9)$
14. Existe más de una respuesta:
$(x, y) = (-1, 5) + \lambda(-1, 9)$
15. Existe más de una respuesta:
$(x, y) = (0, -7) + \lambda(-1. -8)$
16. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (1, 5, 4) + \lambda(2, 3, 4)$
17. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (0, 1, 6) + \lambda(-8, -6, -3)$
18. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (2, -4, 7) + \lambda(5, -5, 18)$
19. Existe más de una respuesta:
$(x, y) = (-1, 1) + \lambda(3. -2)$

20. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (-2, -6, 3) + \lambda(-4, -11, 6)$

21. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (3, 1, 0) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 1, 2)$

22. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (2, 0, 3) + \lambda(1, 0, -4) + \mu(3, 1, -2)$

23. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (0, 0, 1) + \lambda(4, 5, -2) + \mu(-1, 3, -5)$

24. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = (-2, 0, 1) + \lambda(-3, -3, 3) + \mu(-3, -2, 5)$

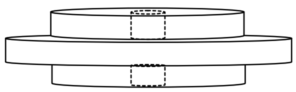
25. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = \lambda(-2, 1, 1)$

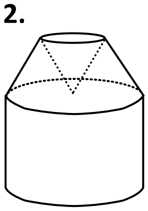
26. Existe más de una respuesta:
$(x, y, z) = \lambda(3/2, 1, 3/4)$

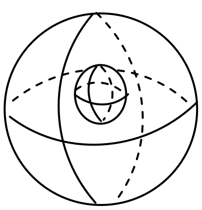
Solucionario

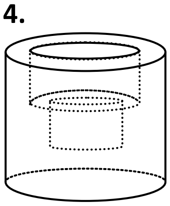
Unidad 4

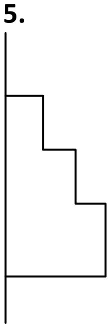
Evaluación diagnóstica
Página 175
1. 2.000π cm^3
2. 1.620π cm$^3 \approx 5{,}09$ litros
3. Una simetría respecto de una recta L que transforma cada punto A de una figura en otro punto A´, tal que la recta L es simetral del segmento $\overline{AA´}$.
4. Multiplicando la altura por el diámetro al cuadrado.
5. Sí.

Cuerpos generados por rotación y traslación
Página 177
1.


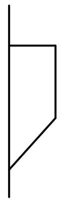
2.


3.

Esfera con un vacío esférico de radio menor en su interior.

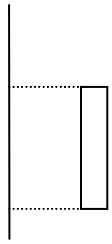
4.


5.


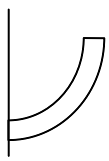
6.



7.



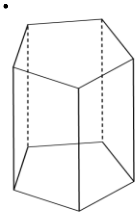
8.



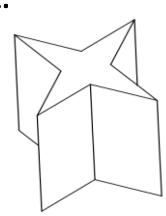
9. Cilindro, cono y esfera. Porque son cuerpos redondos con secciones circulares.

Cuerpos generados por rotación y traslación – Uso de *software*
Página 178
1. Uno es el cuádruple del otro.
2. Descomponiendo el cuerpo geométrico en cuerpos como el cilindro, el cono y el cono truncado, cuyo volumen se calcula mediante una fórmula conocida.

Cuerpos generados por rotación y traslación – Cuerpos denerados por traslación
Página 179
1.



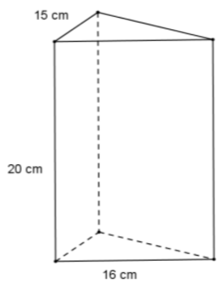
2.



3. Cilindro y prisma.
4. El cilindro.
5. Un cubo.

6. 64 u^3
7. 96 u^2. Corresponde a seis veces el área de un cuadrado de lado 4.
8. Prisma de base cuadrada con un volumen de 128 u^3.

Principio Cavallieri
Página 180
1. Sí, pues cumplen con el principio de Cavalieri.
2.



Para construir el prisma de base triangular hay que dividir el paralelepípedo en dos, trazando la diagonal de cualquiera de las caras.

Volumen de prismas – Volumen de un prisma recto
Página 181
1. 432 cm^3
2. 26,52 cm^3
3. 120 mm^3
4. 244,8 cm^3
5. 150.000 veces
6. $150\sqrt{3}$ cm^3
7. 697,5 cm^3
8. 0,168 m^3
9. 70,56 m^3
10. 672 duchas

Volumen de prismas – Volumen de un prisma oblicuo
Página 183
1. 1.003,2 cm^3
2. 280 cm^3
3. 200 cm^3
4. 4 cm
5. 85/3 cm^2
6. 5,6 m^2
7. 15 cm
8. 6 cm
9. Sí, porque se cumple el principio de Cavalieri.
10. 1.536 cm^3
11. 2.200 cm^3
12. 1.980 cm^3
13. 6.930 g
14. 4 m

15. 60 dados
16. 640 cm^3
17. No, porque falta información para calcular la altura.
18. Aproximadamente 135.352 mm^3.
19. Aproximadamente 21 lingotes.

Volumen de cilindros
Página 185
1. 169,56 cm^3
2. 62,8 cm^3
3. 1.615, 53 cm^3
4. 904,32 cm^3
5. 1.326,65 cm^3
6. 11.304 cm^3
7. $4{,}5\pi$ m^3
8. Aproximadamente 4,97 cm.
9. Rosa usa 430 cm^3 menos que Lucía.
10. 27.318 cm^3
11. 81,225 cm^3
12. $71{,}05\pi$ cm^3
13. El volumen se duplica; el volumen se cuadruplica.
14. La razón entre el volumen del cilindro y del prisma es igual a la razón entre sus respectivas áreas basales.
15. Llamemos a y b a la medida de cada uno de los lados de la hoja rectangular. Si enrollamos la hoja considerando a como el perímetro de la base del cilindro generado, el volumen sería $a^2b/4\pi$, mientras que si consideramos b como el perímetro de la base, entonces el volumen es $ab^2/4\pi$.
Supongamos que dichos volúmenes son iguales, entonces se tiene:
$a^2b/4\pi - ab^2/4\pi = 0$
$(ab/4\pi) \cdot (a - b) = 0$
Por lo tanto, los volúmenes son iguales si a = 0 o b = 0 o a = b. Pero a y b son valores mayores que cero, por lo tanto, los volúmenes son iguales solo si la hoja de papel es cuadrada, es decir, si a = b.
16. Multiplicando el área del círculo basal por la altura.
17. Si enrollamos la hoja considerando al valor a como el perímetro de la base del cilindro generado, el volumen es $a^2b/4\pi$; mientras que si consideramos al valor b como el perímetro de la base, entonces el volumen es $ab^2/4\pi$. Al comparar ambos volúmenes se tiene:
$a^2b/4\pi - ab^2/4\pi = (ab/4\pi) \cdot (a - b)$

Si $a < b$, entonces $a - b < 0$, por lo tanto:
$a^2b/4\pi - ab^2/4\pi < 0$
$a^2b/4\pi < ab^2/4\pi$
Por lo tanto, al enrollar el papel considerando b como el perímetro de la base, se obtiene un cilindro de mayor volumen.

Volumen de pirámides – Relación entre el volumen de un prisma y el volumen de una pirámide
Página 187
1. 3 veces
2. 210 cm^3
3. 80 cm^3
4. $24\sqrt{3}$ m^3
5. ($21\sqrt{3}$/4) cm
6. 9 cm
7. 210 g
8. 8.000/3 cm^3

Volumen de pirámides – Volumen de pirámides de base poligonal
Página 188
1. 1.568 cm^3
2. 103,25 cm^3
3. 42 cm^3

Volumen de pirámides – Volumen de pirámides de base poligonal
Página 189
4. 48 cm^3
5. 1.000 cm^3
6. 1.100/3 cm^3
7. No, porque el área basal es diferente.
8. Sí, porque por el principio de Cavalieri el volumen de un prisma oblicuo se calcula igual que el de un prisma recto y como el volumen de una pirámide es un tercio del volumen de un prisma recto con igual área basal, entonces se puede emplear la misma fórmula.
9. Pirámide superior: $421{,}875\sqrt{3}$ cm^3. Pirámide truncada $2.953{,}125\sqrt{3}$ cm^3.
10. 96 cm^3
11. $\frac{2}{3}$ del volumen del cubo
12. 62 400 cm^3
13. 3 072 000 000 dm^3
14. $450\sqrt{3}$ cm^3
15. 60 dm^3
16. 6 cm
17. Uno es el doble del otro.
18. 2.048/3 cm^3
19. 6 m
20. 3 m
21. 18 cm

Volumen de conos
Página 191
1. 1.017,36 cm^3
2. 117,226 cm^3
3. 2.260,8 cm^3
4. 2.679,46 cm^3

5. 2.512 cm^3
6. 1.017,36 cm^3
7. 56π cm^3

Volumen de conos – Volumen de un cono truncado
Página 193
1. Aproximadamente 56 viajes.
2. 320π m^3
3. Aproximadamente 16,65 cm^3
4. 4.474,5 cm^3
5. 81π cm^2
6. Aproximadamente 12,76 cm.
7. Aproximadamente $237{,}1\pi$ cm^3.
8. Aproximadamente 9.280 cm^3.
9. 98π cm^3
10. Aproximadamente 79,5 cm^3.
11. Aproximadamente 318 cm^3.

Evaluación de proceso tipo PSU
Páginas 196 - 197

1	2	3	4	5	6	7	8
D	B	C	D	A	E	D	B

9	10	11	12	13	14	15	16
A	B	E	A	D	D	D	C

Área de prismas y pirámides – Área de un prisma
Página 199
1. 10 y 8, respectivamente. El primero formado por 8 rectángulos y 2 octágonos y el segundo por 6 rectángulos y 2 hexágonos.
2. La medida del lado del polígono basal, la apotema y la altura. Con estos datos el área total se calcula sumando el área lateral con el doble del área basal.
3. 126,3 cm^2
4. 192 cm^2
5. $(108\sqrt{3} + 360)$ cm $\approx$ 547,1 cm^2
6. 156 cm^2
7. 646,3 cm^2
8. $192\sqrt{3} + 480$ cm^2
9. $48\sqrt{3} + 384 \approx 467{,}1$ cm^2
10. $\sqrt{71}$ cm
11. 13,76 m^2
12. 5 m el lado basal y 10 m la altura.
13. 820 cerámicas

Área de prismas y pirámides – Área de una pirámide
Página 201
1. No
2. $12\sqrt{7}$ cm
3. $2.304\sqrt{7}$ cm^3
4. $576 + 1.152\sqrt{2} \approx 2.205{,}17$ cm^2
5. $(297\sqrt{3}/2) + (27\sqrt{1.463}/2) \approx 773{,}57$ cm^2
6. 6 cm
7. El lado desconocido mide 8 cm; 552 cm^2.
8. 1776 cm^2
9. 8588 litros
10. $24\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$ cm^2
11. 240 m^2
12. 13,46 m^2
13. $7.072
14. 89 m
15. 1094,7 m^2
16. $225(\sqrt{3} + 1) \approx 614{,}7$ cm^2
17. Área = $2a^2\sqrt{3}$; volumen = $(a^2/3) \cdot \sqrt{2}$

Área de cilindros y conos – Área de un cilindro recto
Página 203
1. Un rectángulo y dos círculos.
2. Si, porque con el radio calculamos el área basal, que multiplicada por dos, corresponde a la medida de la superficie total de los dos círculos que componen la red del cilindro y luego sumamos el área del rectángulo cuyos lados son la generatriz y el perímetro del círculo basal.
3. $A_{lateral} = 48\pi$ cm^2; $A_{total} = 66\pi$ cm^2
4. $A_{lateral} = 100\pi$ cm^2; $A_{total} = 150\pi$ cm^2
5. $A_{lateral} = 0{,}6\pi$ m^2; $A_{total} = 0{,}92\pi$ m^2
6. $A_{lateral} = 2\pi$ m^2; $A_{total} = 10\pi$ m^2
7. $A_{lateral} = 3{,}52\pi$ m^2; $A_{total} = 4{,}8\pi$ m^2
8. $A_{lateral} = 0{,}28\pi$ m^2; $A_{total} = 0{,}36\pi$ m^2
9. $120\pi + 30 \approx 407$ cm^2
10. 139,6 litros
11. 1.094π cm^2
12. (r + g)/(4r + 2g)
13. 350π cm^2
14. Al duplicar el diámetro del cilindro su volumen se cuadruplica, por lo tanto, la decisión de la municipalidad no es correcta, si el objetivo es duplicar el volumen.
15. Considerando un cilindro, se obtiene que su generatriz es de 3 cm., el área del manto es $24\pi cm^2$ y su área total de 56 πcm^2.
16. Considerando un cono, se obtiene que el radio es $\sqrt{99}$ cm, el área del manto es $18\sqrt{99}\pi$ cm^2 y su área total es de $\sqrt{99}\pi\ \sqrt{99}+18$ cm^2
17. Considerando un cilindro, se obtiene que su generatriz es de 6cm., el área del manto es 96 πcm^2 y su área total es 224 πcm^2.

18. 525π cm^2
19. 25π cm^3
20. Aproximadamente $31{,}5\pi$ cm^2.
21. Considerando los 8 cm como altura del cono, la altura del cilindro es 5 cm.
22. Considerando los 8 cm como altura del cono, la altura del cilindro es 2 cm.

Área de cilindros y conos – Área de un cono recto
Página 204
1. $16\pi/3$ cm^3; $2\pi(2 + 2\sqrt{5})$ cm^2
2. 125π cm^3; $5\pi(5 + 5\sqrt{10})$ cm^2
3. 256π cm^3; $8\pi(2 + 4\sqrt{13})$ cm^2
4. No, porque el área lateral y total dependen de la medida del radio y la generatriz, no solo de esta última.
5. 36π cm^2

Área de cilindros y conos – Área de un cono truncado
Página 205
1. 786,8 cm^2
2. $ 29.906
3. 13 cm
4. 507π cm^2
5. 1.280 cm^2

Esfera – Volumen de una esfera
Página 207
1. Aproximadamente 157.479 mm^3.
2. Aproximadamente 945 cm^3.
3. Aproximadamente 905 cm^3.
4. 200 cm
5. 36π cm^3
6. $4.000\pi/3$ m^3
7. 516π cm^3
8. 12 cm, 8 cm y 8 cm
9. 366 cm^3

Esfera – Área de una esfera
Página 209
1. 36π cm^2
2. 256π cm^2
3. 576π cm^2
4. 16π cm^2
5. 100π cm^2
6. 484π m^2
7. $23{,}04\pi$ m^2
8. $0{,}0009\pi$ m^2
9. 49π dm^2
10. 9.216π mm^2

11. 3.353 km
12. 44.970.436π km^2
13. 1,579 · 10^{11} km^3
14. 9 : 25
15. 27 : 125
16. 5,3 cm
17. 5 cm
18. 5 cm
19. 5,5 cm
20. 196π cm^2
21. 6 cm
22. 4,5 dm^2; 0,91 dm^3
23. 3 cm
24. 0,0324π m^2
25. La esfera, pues tiene un volumen de 289 cm^3 mientras que el cubo solo 216 cm^3
26. (8.788.000.000π/3) cm^3
27. 72,1π cm^2; 300 cm^3
28. (12.167π/12) m^3
29. 8.309,5 litros
30. 1 : 4
31. 1 : 8

Evaluación tipo PSU
Páginas 214 - 218

1	2	3	4	5	6	7	8
E	B	B	B	B	B	D	B

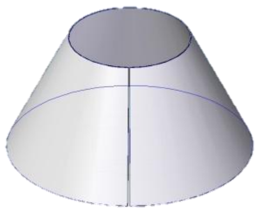
9	10	11	12	13	14	15	16	17
E	D	B	C	D	No tiene respuesta correcta, esta debe ser 90πcm^2	D	C	C

18	19	20	21	22	23	24	25	26
A	A	B	D	C	C	D	D	C

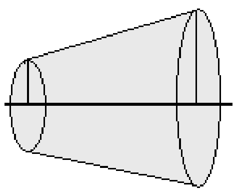
27	28	29	30	31	32	33
E	C	A	D	D	E	A

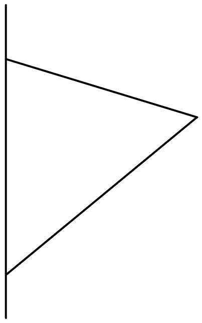
34	35	36	37	38
E	A	C	D	B

Ejercicios de refuerzo y profundización
Página 219
1.

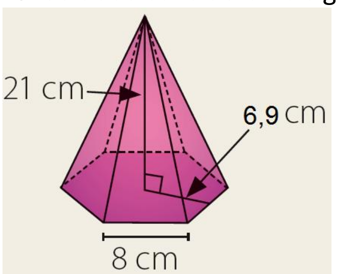


2.





3. El cuerpo está generado por traslación.
4. El cuerpo no está generado por traslación.
5. Considerando la base como un hexágono regular, se obtiene $384\sqrt{3}$ cm^3.
6. 96.000π cm^3
7. 147,456π cm^3
8. 75π cm^3
9. 96 m^2
10. 12 cm
11. 156π cm^2
12. 300π cm^2
13. 796,8 cm^2
14. $48\sqrt{3}$ + 336 cm^2
15. 60 + $15\sqrt{65}$ cm^2
16. Se debe considerar la siguiente figura.



El área de la pirámide es 674,4

17. $V_{esfera} + V_{cono} = V_{cilindro}$
$4.500\pi + 2.250\pi = 6.750\pi$
18. $441\pi\ cm^2$
19. $1.543,5\pi\ cm^3$

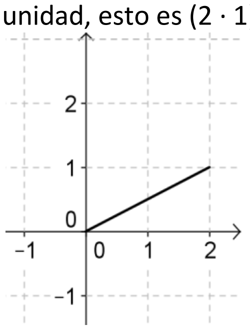
Solucionario

Unidad 5

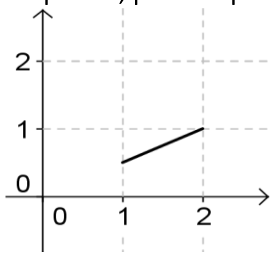
Evaluación diagnóstica
Página 221
1. Es cero, pues no hay área de color blanco. El área de la región azul es 883,125 cm^2 aproximadamente.
2. Aproximadamente 0,556 (55,6%). Se divide el área de la zona azul entre el área total del blanco.
3. Aproximadamente 0,012 (1,2%).
4. En el color azul, porque ocupa la zona de mayor área.
5. Blanco: 1.339,56π cm^2
Negro: 1.041,88π cm^2
Azul: 744,2π cm^2
Rojo: 446,52π cm^2
Amarillo: 148,84π cm^2
Área total: 3.721π cm^2
6. A la amarilla, 0,04 (4%); a la blanca, 0,36 (36%).

Variable aleatoria continua – Clasificación de variables aleatorias
Página 222
1. Discreta; continua; discreta; continua.
2. Existe más de una respuesta.
3. Discreta; 0, 1, 2, … , 100
4. Discreta; 0, 1, 2, …
5. Continua; [0, +∞[

Variable aleatoria continua – Distribución de probabilidad de una variable aleatoria
Página 223
1. Porque la suma de todas las probabilidades de un experimento aleatorio es igual a 1.
2. Si X es una variable continua, entonces el área bajo la curva en un punto es cero.
3. Sí puede, pues de acuerdo a la gráfica de la función de densidad en el intervalo indicado, el área bajo la curva corresponde a la medida de una superficie triangular de base 2 unidades y altura 1 unidad, esto es $(2 \cdot 1)/2 = 1$. Además, se cumple que $f \geq 0$.

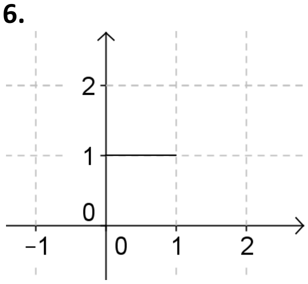


4.
No puede, puesto que al graficar se obtiene lo siguiente:

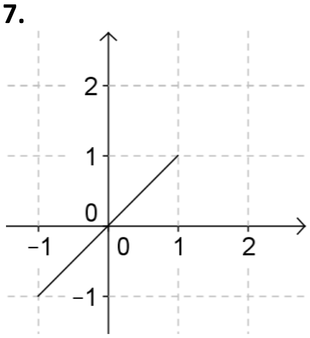


El al área bajo la curva corresponde a la del trapecio de bases 1 y 0,5 y de altura 1. Por lo tanto, su área es 1 · (1 + 0,5)/2 = 3/4. Entonces el área bajo la curva es menor que 1.

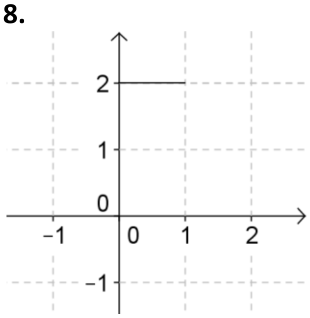
Variable aleatoria continua – Distribución de probabilidad de una variable aleatoria
Página 225
1. E = {(c, c), (c, s), (s, c), (s, s)}
2. X: número de sellos al lanzar dos veces una moneda.
3. Rec X = {0, 1, 2}
4. Discreta.
5. P(X = 0) = 1/4 P(X = 1) = 1/2 P(X = 2) = 1/4
6.



Es función de densidad, porque el área bajo la curva es 1 y además, se cumple que $f(x) \geq 0$.
7.

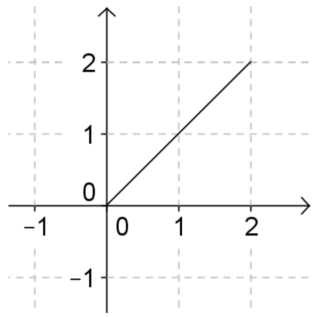


No es función de densidad, porque $f(x) < 0$, en el intervalo [–1, 0[.
8.



No es función de densidad, porque el área bajo la curva es 2, valor mayor que 1.

9.



No es función de densidad, porque el área bajo la curva es 2, valor mayor que 1.

10. Sí es función de densidad porque en el intervalo [0, 1], $f(x) > 0$; y el área bajo la curva es 1.

11. No es función de densidad porque en el intervalo [1, 3] el área bajo la curva es 2.

12. No es función de densidad porque en el intervalo [0, 1], la función es negativa.

13. No es función de densidad porque en el intervalo [0, 1] el área bajo la curva es 0,25.

14. Existe más de una respuesta.

15. Existe más de una respuesta.

16. La diferencia entre ambos tipos de variables está en el recorrido, pues en una variable aleatoria discreta es un subconjunto de los números naturales, incluido el cero; mientras que en una variable aleatoria continua es un subconjunto de los números reales positivos, incluido el cero. Por ejemplo, para la variable aleatoria X: número de hijas en una familia con 4 hijos, el recorrido de X es {0, 1, 2, 3, 4}, por lo tanto, es discreta; mientras que para la variable aleatoria Y: tiempo de espera, en horas, de atención en urgencia de un hospital público, el recorrido es $[0, +\infty[$.

17. Porque $f(x)$ es negativa en el intervalo $[-1, 0[$ y una de las condiciones que define a una función densidad es que $f(x) \geq 0$.

18. $a = 1/12$

19. $f(x) \geq 0$ para todo valor perteneciente al intervalo $[-1, 1]$; y el área bajo la curva de la función f en el intervalo $[-1, 1]$ es 1.

20. $P(X \leq 0{,}1) = 0{,}55$; $P(X = 0{,}8) = 0$; $P(-0{,}5 < X \leq 0{,}3) = 0{,}4$; $P(X < -1) = 0$.

21. Existe más de una respuesta. Por ejemplo, $[-1, 0]$ o $[0, 1]$.

Distribución de probabilidad normal – Características de la distribución normal
Página 227

1. Existe más de una respuesta.

2. $f(X) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{(X-2)^2}{2}}$

3. Se puede modelar con una distribución normal.

4. Se puede modelar con una distribución normal.

5. Se puede modelar con una distribución normal.

6. No se puede modelar con una distribución normal.

7. Se puede modelar con una distribución normal.

8. Se puede modelar con una distribución normal.

9. 105 varones

10. 113 mujeres, aproximadamente.

11. 0,5 (50%), aproximadamente.

12. 50%; 84,13%

13. 97,72%; 84,13%

Distribución de probabilidad normal – Distribución normal estándar
Página 229
13. 0
2. 0,22
3. 0,71
4. –1,35
5. 0,95
6. 1,41
7. 0,90988
8. 0,03216
9. 0,03216
10. 0,15866
11. 0,02241
12. 0
13. $\sigma = 1$; $\mu = 0$
14. 0,15866; 0
15. 0,71566
16. Verdadero.
17. Falso, porque $P(Z > 1) = 0,15866$ y $P(Z < 1) = 0,84134$.
18. Verdadero.
19. Falso, porque $P(0 < Z < 1) > P(0 < Z < 0,5)$.
20. Cero, porque la diferencia entre ambas tiene una distribución normal estándar.
21. Asumiendo que la medida real es de 2cm., se tiene que la probabilidad solicitada es de 0,68793.
22. Asumiendo que la medida real es de 2cm., se tiene que la probabilidad solicitada es de 0,69146.

Distribución de probabilidad normal – Aplicaciones de la distribución normal
Página 231
1. $Z = X – 1$
2. $Z = (X – 1)/2$
3. $Z = X/2$
4. $Z = (X – 2)/2$
5. $Z = (X + 6)/8$
6. $Z = (X + 3)/5$
7. 0,74537
8. 0,38209
9. 0,46017
10. 0,86433
11. 0,2852
12. 0,24642
13. $a = 0$
14. $a = 0$
15. $a = –1,64$
16. No hay valor teórico para a.
17. $a = 1$
18. $a = 4,28$

19. 0,55172
20. 0,16077
21. 0,03486
22. 0,12183

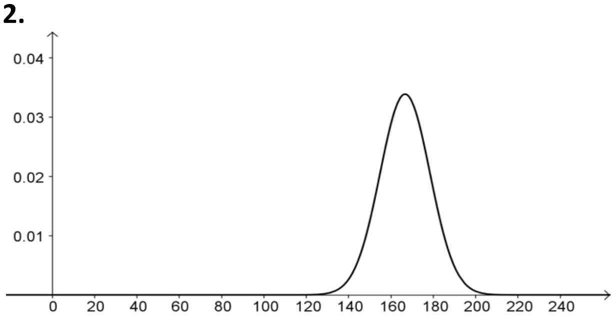
Distribución de probabilidad normal – Aplicaciones de la distribución normal
Página 232
1. Las probabilidades son iguales.
2. La segunda probabilidad es mayor que la primera.
3. 0,03040
4. $\mu = a$; $\sigma^2 = b^2$; $\sigma = b$
5. a = 1/6; b = –1/6
6. 0
7. 0,41294
8. 0,58793
9. 0,24499
10. 0,11752
11. 0,68269

Distribución de probabilidad normal – Aproximación de una binomial por una normal
Página 235
1. No es una aproximación aceptable.
2. Sí es una aproximación aceptable.
3. No es una aproximación aceptable.
4. No es una aproximación aceptable.
5. No es una aproximación aceptable.
6. Sí es una aproximación aceptable.
7. 1
8. 0,84134
9. 0,00001
10. 0,95873
11. 0
12. 0,07070
13. 0,973644
14. 0,074210
15. 0,026814
16. No es imposible pero es muy poco probable. La probabilidad es 0,00421.
17. 0; 0,869408
18. 0,091211
19. 0
20. Aproximadamente 0.

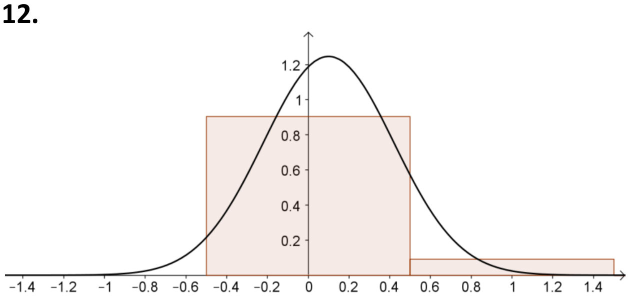
Uso de *software*
Página 236
1. La distribución de probabilidad indica la probabilidad de obtener 0, 1, 2, … , 10 veces el número 1 en los 10 lanzamientos. Observando en la gráfica la barra de mayor altura, se concluye que el valor más probable de la variable X es 1.
2. Disminuye.

3. $\mu \approx 1{,}67$; $\sigma \approx 1{,}18$
4. 1/6
5. Distribución B(50, 1/6), que se aproxima a una distribución normal.
6. La distribución de probabilidad sea aproxima a una distribución normal con eje de simetría en $X \approx 8{,}33$.
7. 8
8. $\mu = 8{,}\bar{3}$; $\sigma \approx 2{,}64$
La media con el valor más probable de la distribución binomial son muy próximos, esto ocurrirá siempre y cuando el tamaño de la muestra con distribución binomial es suficientemente grande y su aproximación a una distribución normal es aceptable.
9. La distribución binomial se aproxima mejor a una distribución normal donde el valor más probable será también muy cercano a la media.

Uso de *software*
Página 237
1. Porque una distribución binomial se puede aproximar a una distribución normal de media $\mu = np$ y $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$, siempre que cumpla las condiciones para que esta aproximación sea aceptable.
2.



3. Ambas gráficas son muy próximas, la distribución normal modela el contorno de la distribución binomial, esta última corresponde a la superficie bajo la curva de la normal.
4. Si porque cumple con las condiciones para ser una aproximación aceptable y se verifica al comparar ambas gráficas.
5. 1/2
6. B(10, 1/2)
7. $\mu = 5$; $\sigma \approx 1{,}58$
8. No, porque $np = 10 \cdot 0{,}5 = 5$ y este es valor límite para tener una aproximación aceptable.
9. La distribución binomial se aproxima mejor a una distribución normal.
10. 1/1.000
11. B(100, 1/1.000); $\mu = 1/10$; $\sigma \approx 0{,}32$
12.



Al comparar las gráficas de la distribución normal N(1/10, 0,32) con la distribución binomial B(100, 1/1.000), se verifica que no es una aproximación aceptable, la distribución normal no modela el contorno de la distribución binomial, esta última no corresponde a la superficie bajo la curva de la normal. Esto ocurre porque la probabilidad de éxito es un valor muy pequeño.

Evaluación de proceso tipo PSU
Páginas 240 - 241

1	2	3	4	5	6
A	B	D	C	E	D

7	8	9	10	11	12	13
B	D	A	C	C	A	C

Distribución de medias muestrales
Página 245

8. 100; 50
9. 26; $1{,}93 \cdot 10^{-39}$%
10. Los valores con mayor probabilidad son 48 y 52 y los con menor probabilidad son 40, 41, 42, 45, 46, 55, 56, 57, 58 y 59. La forma de la distribución se asemeja a una campana de gauss cuyo valor con mayor probabilidad es próximo a 50.
11. Una distribución normal por la forma de la gráfica.
12. 50; 26
13. Se calcula la media de la fila 1 escribiendo en la celda AB1 **Media (A1:Z1)** luego se selecciona esta celda en la parte inferior derecha y se arrastra por la columna AB hasta la celda AB50. Por último, se hace clic en el botón "análisis una variable".
14. La forma de la distribución se asemeja a una distribución normal cuyos valores centrales se aproximan a 50 y en los extremos la probabilidad disminuye.
15. Ambas distribuciones se asemejan a una distribución normal con la diferencia de que el conjunto de datos cuyas muestras tienen mayor tamaño es una distribución más próxima a la curva normal.
16. Distribución normal.
17. En la celda A1 se escribe **AleatorioEntre(1,20)**, se selecciona la parte inferior derecha y se arrastra hasta la celda A20.
18. Ambas distribuciones se asemejan a una distribución normal con la diferencia de que el conjunto de datos cuyas muestras tienen mayor tamaño es una distribución más próxima a la curva normal.
19. Para las 20 muestras de tamaño 2 la media es 11,125, en las 20 muestras de tamaño cuatro la media es 11,075 y la media poblacional es 10,5. Por lo tanto, en las 20 muestras de tamaño 4 el promedio es más cercano a la media poblacional. Esto ocurre porque el tamaño de las muestra es mayor lo que permite visualizar con más precisión que la distribución concentra la mayor parte de su probabilidad en los valores centrales.
20. Se asemeja a la distribución normal.
21. En las 10 muestras de tamaño 12 el promedio está más cercano a la media poblacional. En las 10 muestras de tamaño 6 el promedio está más alejado de la media poblacional.

Distribución de medias muestrales - Teorema del límite central
Página 247
1. Calculando la media de cada muestra y luego la probabilidad de cada elemento del espacio muestral de medias obtenido.
2. Se aproxima a la media poblacional y la distribución se asemeja a una curva normal.
3.

{2,2}	{2,3}	{2,5}	{2,7}	{3,3}
{3,5}	{3,7}	{5,5}	{5,7}	{7,7}

10 muestras
4.

2	2.5	3.5	4.5	3
4	5	5	6	7

5. La media poblacional es igual a la media de la distribución de medias muestrales (4, 25).
6. $\mu_{\bar{x}_9} = 0$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 1$
7. $\mu_{\bar{x}_9} = 45$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 6$
8. $\mu_{\bar{x}_9} = 1{,}5$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 0{,}3$
9. $\mu_{\bar{x}_9} = 600$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 1{,}83$
10. $\mu_{\bar{x}_9} = 72$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 1{,}79$
11. $\mu_{\bar{x}_9} = 48$; $\sigma_{\bar{x}_9} = 1{,}79$

Intervalos de confianza para la media de la población
Página 251
1. [31,04; 43,96]
2 El intervalo de confianza tiene menor amplitud si el valor de n aumenta, porque el intervalo de confianza es más preciso si la cantidad de muestras que se toman es mayor.
3. Aumenta, ya que es más probable que la media esté en ese intervalo.
4. [7,45; 8,25]
5. [36,76; 37,44]
6. [93,13; 100,87]
7. El error disminuye.
8. Disminuye.
9. Es mayor.
10. El error estándar es la mitad de la amplitud del intervalo
11. Como la desviación estándar es directamente proporcional al error estándar, entonces a mayor desviación estándar mayor será el error, por lo tanto, Patricio tiene razón
12. [4,63; 6,19]; la amplitud es 1,56.
13. Se puede estimar en un 96,3%.
14. Aproximadamente 17.

Evaluación final tipo PSU
Páginas 256 - 261

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	E	E	C	E	A	D

9	10	11	12	13	14	15	16
C	C	C	B	C	C	B	E

17	18	19	20	21	22	23	24
C	E	D	A	B	A	D	A

25	26	27	28	29	30	31
C	C	C	C	E	B	B

32	33	34	35	36	37
E	D	B	C	C Considerando el valor de p=0,5	A

Ejercicios de refuerzo y profundización
Página 261

1. a = $(-1 + \sqrt{13})/2$
2. 1/4
3. 1/4
4. $\mu = 0$, porque es simétrica respecto de la recta x = 0.
5. $f(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{(x-7)^2}{4}}$
6. $z = (x - 7)/2$
7. $P(x < 6{,}3) = 0{,}36317$; $P(x < 7{,}9) = 0{,}67364$; $P(x > 8{,}5) = 0{,}22663$
8. 0,99977
9. 0,97703
10. $\mu = 22{,}5$; $\sigma = 3{,}52$
11. Si porque cumple con la condicione para ser una aproximación aceptable.
12. 0,23878
13. No se puede aproximar porque $np < 5$.
14. No se puede aproximar porque $np < 5$.
15. Si se puede aproximar porque $np > 5$ y $n(1 - p) > 5$.
16. Si se puede aproximar porque $np > 5$ y $n(1 - p) > 5$.
17. No se puede aproximar porque $n(1 - p) < 5$.
18. Si se puede aproximar porque $np > 5$ y $n(1 - p) > 5$.
19. $\mu = 35$; $\sigma = 0{,}5$
20. [4,6; 6]; [4,4; 6,2]
21. En el intervalo de confianza con un 95% de nivel de confianza pues si el nivel de confianza es menor, la amplitud del intervalo de confianza es más pequeño.
22. 0,7 y 0,9, respectivamente.

23. n $\approx$ 40
24. El intervalo de confianza tienen menor amplitud ya que es más preciso al aumentar el tamaño de la muestra considerada.